Н. Ибраева, А. Касымов

АЛГЕБРА

7

$$a^m = \underbrace{a * a * a * \ldots * a}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

фuза.

к. N

хсалан

уулу

О. и.

Ch

Н.И. ИБРАЕВА, А.А. КАСЫМОВ

АЛГЕБРА

Жалпы орто билим берүүчү мектептердин 7- классы үчүн окуу китеби

Кыргыз Республикасынын Билим берүү жана илим министрлиги тарабынан сунушталды

Бишкек • 2009

ББК 22.1
К-50

Ибраева Н.И., Касымов А.А.

Алгебра: Жалпы билим берүүчү орто мектептердин 7-кл. үчүн окуу китеби./Ибраева Н.И., Касымов А.А. – Б.: «Aditi» басмасы, 2009. – 168 б.

Редактору С. Жунусбаев
Корректору А. Узакова
Техн. редактору Ю. Балингер
Көркөм редактору Ю. А. Ким
Компьютердик калыпка салуучу С. Бөкөнбаев

Версткага 10.08.09 берилди.
Басууга 21.08.09 кол коюлду.
Кагаз форматы 60х90/16. Көлөмү 10,5 б.т.
Заказ № К 0906002 Нускасы 69000.
«Aditi» басмасы.
720020 Бишкек ш., Огонбаев көчөсү, 222.

«Continent Print» ЖЧКсында басылды.
720054 Бишкек ш., Интергельпо көчөсү, 1.
Тел.: (0312) 65 55 56.
e-mail: postmaster@continent.kg

ISBN 5-85580-029-6

МАЗМУНУ

КИРИШ СӨЗ

Урматтуу окуучу!

Сен буга чейин **математика** сабагында сан, цифра, амал, сандуу жана тамгалуу туюнтмалар, теңдеме сыяктуу түшүнүктөр менен таанышып, **түрдүү эсептөөлөрдү** жүргүзүп келдиң.

Эң кызыктуусу, эсептөөлөр жалгыз эле сандуу туюнтмаларда эмес, **тамгалуу туюнтмаларда** да жүргүзүлөөрүн көрдүң.

Төмөндөгү мисалдардын чыгаруу жолдорун эсиңе салчы!

1. $2a+5$ – туюнтмасынын $a=10$ болгондогу маанисин эсепте.

2. Туюнтманын окшош кошулуучуларын топто: $2a+3b+7a+9b+6$

3. Теңдеменин тамырын тап: $15x+7=37$.

4. Барабардыктар амалдардын кайсы касиетин туюнтарын айт: $a+b=b+a$, $a+(b+c)=(a+b)+c$, $a\cdot b=b\cdot a$, $(a+b)\cdot c=a\cdot c+b\cdot c$, $(a-b)\cdot c=a\cdot c-b\cdot c$.

5. Барабардыктар эмнелерди түшүндүрөт: $S=a\cdot b$, $P=(a+b)\cdot 2$, $S=a\cdot a$, $p=4\cdot a$, $\upsilon=s:t$, $s=v\cdot t$, $t=s:v$?

6. $5+c>13$ - барабарсыздыгы берилсин. c тамгасынын кайсы маанилеринде барабарсыздык аткарылат? Канча маанини таптың?

Берилген барабарсыздык c тамганын кайсы маанилеринде аткарылбайт? Ал маанилерди көрсөт. $c=8$ болсо, эмне айта аласың?

7. Туюнтмадагы кашааларды ачып, жыйынтыгын жаз:

$$-3(2a-10b-c)$$

8. $a\cdot 3$ – туюнтмасындагы a тамгасы 0дөн 9га чейин өзгөрөт. Туюнтманын толук тизмесин жазып, ар биринин маанисин аныкта. Тизме эмнени көрсөтөт?

9. $S=\pi r^2$ - эмнени түшүндүрөт?

10. $C=2\pi r$ – аркылуу эмнени табууга болот?

11. $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ ны жаңы барабардык түрүндө жаз.

Мына ушул сыяктуу тамгалуу туюнтмаларды **өзгөрүлмөлүү туюнтма**, ал эми тамганын өзүн **өзгөрүлмө** деп атаганбыз. Башталгыч класстан эле математикада латын тамгалары пайдаланылып келет. Демек, өзгөрүлмөлөрдү латын тамгалары менен белгилөө адатка айланып, калыптанып калган. Латын алфавити китептин форзацында берилген.

Ал эми өзгөрүлмөлүү туюнтмалар менен болгон амалдар, өзгөртүп түзүүлөр (теңдеш өзгөртүү, окшош мүчөлөрдү келтирүү, даражага көтөрүү, кашааларды ачуу, көбөйтүүчүлөргө ажыратуу ж.б.) **алгебралык операциялар** деп аталып, алар математиканын **алгебра** деген бөлүгүндө изилденип үйрөнүлөт.

Демек, Алгебра – бул айлана-чөйрөнүн турмуштук кырдаалдарын чагылдырган түрдүү математикалык объектилер менен жүргүзүлгөн **алгебралык операцияларды** изилдеген математиканын бөлүгү.

Колуңдагы китеп - ошол **Алгебра.** «Алгебра» термини Борбордук Азиялык атактуу математик-окумуштуу Мухаммед - аль - Хорезми жазган «Альджебр-аль-мукабала» аттуу эмгегинен келип чыккан (IX кылым). Бул сөздөр араб тилинде биринчи жана экинчи даражадагы алгебралык теңдемелерге келтирилген маселелерди чыгаруунун жалпы ыкмаларын түшүндүрөт.

Алгебра – тээ байыркы заманда жаралып, бүгүнкү күндө эң бир өнүккөн жаш илимдердин бири.

Алгебраны үйрөнүүдө сен аныктама, теорема, касиет, эреже ж.б.у.с. түшүнүктөр менен таанышасың. Алардын тиешелүү түшүндүрмөлөрү китептин аягындагы сөздүктө берилген.

Алгебраны үйрөнүп жатканда ошол сөздүктөн пайдаланганың оң.

Китептин түзүлүшү

Китеп 8 главадан түзүлгөн. Ар бир глава бир нече параграфтан туруп, эки цифра менен белгиленет. Мисалы, 3-главадагы параграфтар 3.1., 3.2., …деп ирети менен белгиленет. Мында, биринчи цифра главанын номерин, экинчиси параграфтын иретин туюнтат.

Эскертүү: экинчи главанын 2.3.-параграфы бир нече пункуттан тургандыктан, 3-цифра кошулат да: 2.3.1., 2.3.2. ж.у.с. деп белгиленет.

Главанын башында берилген **«Түйүндүү түшүнүктөр»** рубрикасында главада карала турган негизги түшүнүктөр сунушталган.

Ар бир главадагы параграфтардан кийин «**Көнүгүүлөр**», главанын аягында «**Тапшырмалар**» рубрикалары келтирилет.

I ГЛАВА

ТУЮНТМАЛАР ЖАНА АЛАРДЫ ӨЗГӨРТҮҮЛӨР

Түйүндүү түшүнүктөр:

1. Өзгөрүлмөлүү туюнтма.
2. Өзгөрүлмөлүү туюнтманын аныкталуу областы.
3. Теңдеш барабар туюнтмалар.
4. Теңдеш өзгөртүп түзүү.
5. Теңдештик.

1.1. Өзгөрүлмөлүү туюнтмалар

Бул параграфта тамгалуу туюнтмалардын пайда болуу жагдайлары, ошондой эле, алардын мааниге ээ болушунун же мааниге ээ болбошунун шарттары, аларды аныктоонун зарылдыгы жөнүндө маалыматтар каралат. Кээ бир түшүнүктөргө аныктамалар берилет (сөздүктү кара). Булар жөнүндө 1-9-маселелердин чыгарылыштарынан таанышасың.

1. 3 бирдей каптын биринчисинде 50 кг ун, экинчисинде биринчиге караганда 25 килограммга көп, ал эми үчүнчү каптагы ундун салмагы белгисиз. 3 каптагы ундун жалпы салмагынын туюнтмасын жаз. 3 капта баардыгы канча килограмм ун болгон?

Чыгаруу.

3-каптагы ундун салмагын x деп белгилейли. Анда маселенин шарты боюнча үч каптагы ундун жалпы салмагы $50+(50+25)+x$ болот. $50+(50+25)+x$ кандайча пайда болду? Түшүндүр. Аны жөнөкөйлөтсөк төмөнкүгө келебиз: $125+x$. Бул өзгөрүлмөлүү туюнтма, б.а. x ар кандай мааниге ээ болушу мүмкүн.

Мисалы, $x=10$ т болушу мүмкүнбү? Негизде. Ооба, ар бир капка чектелүү гана салмакта ун батат.

1.1.– аныктама.

Сандар жана тамга менен болгон түрдүү амалдарды өз ичине камтыган туюнтма **өзгөрүлмөлүү туюнтма** деп аталат. Туюнтмада жалгыз же бир нече өзгөрүлмө камтылышы мүмкүн. Ошого жараша туюнтма бир өзгөрүлмөлүү, эки өзгөрүлмөлүү ж.б. болушат.

Алгебрада өзгөрүлмөлүү туюнтмалар **алгебралык туюнтмалар** деп аталат.

2. Төмөнкү туюнтмаларды эки топко бөлүп жаз:

$(45-9):12$; $(45-b):15$; $24\cdot3$; $35a+1$; $2a+3b$; $8:4+2$; $45-12:2$; $(15+y)\cdot7$; $(x-23)\cdot2$; $15x+5y+4z$.

Туура. Сандуу жана өзгөрүлмөлүү туюнтма топторуна бөлдүң. Төмөнкү таблицаны толтур. Бир өзгөрүлмөлүү туюнтмалардын астын сыз.

Сандуу туюнтмалар	Өзгөрүлмөлүү туюнтмалар

3. 12+1, 12+2, 12+3, 12+4, 12+5, 12+6, 12+7, 12+8, 12+9 – сан туюнтмаларынын тизмесин b тамгасын пайдаланып, өзгөрүлмөлүү туюнтмага алмаштыр. Өзгөрүлмө b кандай маанилерди кабыл алат? Алардын чегин аныкта.

Туура. Туюнтмалар сумма түрүндө берилген. Баардык туюнтмалардын биринчи кошулуучулары 12ге барабар. Ал эми экинчи кошулуучулары 1ден 9га чейин өзгөрөт. Андыктан берилген тогуз туюнтмадагы экинчи кошулуучуну b тамгасы менен белгилеп, алардын ордуна бир эле $12+b$ туюнтманы жазууга болот. Мында b=1;2;3;…;9. Демек, берилген маселенин шарты боюнча, өзгөрүлмө 1ден 9га чейинки гана маанилерди кабыл алат, б.а. анын чеги 1ден 9га чейинки сан катары.

4. $15+x$ - туюнтмасынын x=0;1;2…..;9 болгондогу жекече учурларын жаз.

Албетте, алар төмөнкү суммалардын тизмеги менен берилет:

15+0, 15+1, 15+2, 15+3, 15+4, 15+5, 15+6, 15+7, 15+8, 15+9.

Демек, келип чыккан сан туюнтмалар $15+x$ – өзгөрүлмөлүү туюнтманын $x=0;1;2;\ldots;9$ маанилерине туура келген жекече учурларынын толук тизмеги болуп эсептелет.

5. Көбөйтүүнүн ар бир жадыбалын n тамгасын пайдаланып, өзгөрүлмөлүү туюнтма түрүндө жаз.

Көбөйтүү жадыбалдары	Өзгөрүлмөлүү туюнтмалар
$1\cdot2=2;\ 2\cdot2=4;\ 3\cdot2=6;\ 4\cdot2=8;\ 5\cdot2=10;\ 6\cdot2=12;\ 7\cdot2=14;\ 8\cdot2=16;\ 9\cdot2=18;$	$n\cdot2,\ n=1;2;\ldots;9.$
$1\cdot3=3;\ 2\cdot3=6;\ 3\cdot3=9;\ 4\cdot3=12;\ 5\cdot3=15;\ 6\cdot3=18;\ 7\cdot3=21;\ 8\cdot3=24;\ 9\cdot3=27;$	
$1\cdot4=8;\ 2\cdot4=8;\ 3\cdot4=12;\ 4\cdot4=16;\ 5\cdot4=20;\ 6\cdot4=24;\ 7\cdot4=28;\ 8\cdot4=32;\ 9\cdot4=36;$	
$1\cdot5=5;\ 2\cdot5=10;\ 3\cdot5=15;\ 4\cdot5=20;\ 5\cdot5=25;\ 6\cdot5=30;\ 7\cdot5=35;\ 8\cdot5=40;\ 9\cdot5=45;$	
$1\cdot6=6;\ 2\cdot6=12;\ 3\cdot6=18;\ 4\cdot6=24;\ 5\cdot6=30;\ 6\cdot6=36;\ 7\cdot6=42;\ 8\cdot6=48;\ 9\cdot6=54;$	
$1\cdot7=7;\ 2\cdot7=14;\ 3\cdot7=21;\ 4\cdot7=28;\ 5\cdot7=35;\ 6\cdot7=42;\ 7\cdot7=49;\ 8\cdot7=56;\ 9\cdot7=63;$	
$1\cdot8=8;\ 2\cdot8=16;\ 3\cdot8=24;\ 4\cdot8=32;\ 5\cdot8=40;\ 6\cdot8=48;\ 7\cdot8=56;\ 8\cdot8=64;\ 9\cdot8=72;$	
$1\cdot9=9;\ 2\cdot9=18;\ 3\cdot9=27;\ 4\cdot9=32;\ 5\cdot9=45;\ 6\cdot9=54;\ 7\cdot9=63;\ 8\cdot9=72;\ 9\cdot9=81.$	

Байка. Көбөйтүүчүлөрдүн кайсынысы өзгөрүп жатканын талда. Жалпылоого аракеттен. Бардык таблицаларда биринчи көбөйтүүчү 1ден 9га чейин өзгөрүлүп жатат. Демек, биринчи көбөйтүүчүнү n тамга менен белгилеп, өзгөрүлмөлүү туюнтма түрүндө жалпыласак болот. Анда таблицалардагы барабардыктардын сол жактары тиешелүү түрдө

$$n\cdot2;\ n\cdot3;\ n\cdot4;\ n\cdot5;\ n\cdot6;\ n\cdot7;\ n\cdot8;\ n\cdot9$$

деп жазылат, мында $n=1;2;3;4;5;6;7;8;9$.

Демек, таблицанын оң мамычасына эмнелер жазылат?

1.2.-аныктама.

Алгебрада, адатта, сан түрүндөгү көбөйтүүчү тамгалардан мурда жазылып, **коэффициент** деп аталат да алардын арасына көбөйтүү белгиси коюлбайт. Анда көбөйтүүнүн жадыбалдары төмөнкүчө жазылат:

$2n;\ 3n;\ 4n;\ 5n;\ 6n;\ 7n;\ 8n;\ 9n.$ $n=1;2;.......,9$

6. а) Жуп сандар көптүгүн өзгөрүлмөлүү туюнтма түрүндө жаз.

Кандай сандар жуп сандар деп аталат? Туура. 2ге калдыксыз бөлүнүүчү сандар – жуп сандар. Кайсы сандар 2ге бөлүнөт? Ооба, ал үчүн сандын жок дегенде бир көбөйтүүчүсү 2 болушу зарыл. Мисалы, 18 саны 2ге бөлүнөөрүн билесиң. Анткени, $18=9\cdot2=6\cdot3=3\cdot3\cdot2$ болуп, 2ге бөлүнүүчү көбөйтүүчүсү бар. Ал эми 27 саны 2ге бөлүнбөйт, анткени $27=9\cdot3=3\cdot3\cdot3$.

Аягына чейин түшүндүр.

Демек, жуп сандардын көптүгү 2n түрүндө туюнтулат. Мында *n* каалагандай натуралдык сан. Натуралдык сан катары 1,2,3,…, n,… деп белгиленет.

Жуп сандардын көптүгү да чексиз. Анткени, *n* дин ар кандай маанилеринде 2n тиешелүү сан мааниге ээ жана ал дайыма жуп сан болот.

1,2,3,…, n,… натуралдык сан катары, адатта, 2*n* туюнтмасындагы *n* өзгөрүлмөнүн кабыл алууга мүмкүн болгон маанилери деп аталат.

Мисалы, $n=5$ болсо, $2n=10$ – жуп сан. Ал эми $n=8$ болсо, $2\,n=16$ – жуп сан.

б) Так сандар көптүгүн өзгөрүлмөлүү туюнтма түрүндө жаз.

$2n$ – жуп сандар көптүгүн туюнтат. **Анда $2n+1$ - так сандардын көптүгүн сүрөттөөрүн далилде.**

7. $\dfrac{4x}{5x+10}$ - туюнтмасын байка. Анын өзгөчөлүгү эмнеде?

Ооба, өзгөрүлмө туюнтманын бөлүмүндө жайгашкан.

x өзгөрүлмөгө каалагандай маанилерди берүүгө болобу? Жок. x=-2 болгондо, бөлчөктүн бөлүмү нөлгө айланат. Ал эми санды **нөлгө бөлүүгө болбойт!** Демек, туюнтма мааниге ээ эмес. Мындай учурда математикада **туюнтма жашабайт** дешет. Андыктан, берилген туюнтма жашаш үчүн $x \neq -2$ талабы коюлат. Тактап айтканда, x өзгөрүлмөсү (-2) ден башка ар кандай маанилерди кабыл ала берет.

1.3. – аныктама.

Туюнтманы сан мааниге ээ кыла турган сандар **өзгөрүлмөнүн кабыл алууга мүмкүн болгон маанилери** деп аталат.

Математикада ошол маанилер туюнтманын **аныкталуу областы** деп аталат.

8. $2n$, $2n+1$, $\dfrac{12}{x-15}$ - туюнтмаларынын аныкталуу областтарын тап.

9. $\dfrac{4x}{5x+10}$ - туюнтмасынын аныкталуу областын тап.

7-маселенин чыгарылышын кара.

Демек, бөлчөктүн бөлүмүн нөлгө айландыра турган өзгөрүлмөнүн маанилери туюнтманын аныкталуу областына кирбейт.

Мында алгебралык туюнтмаларды эки чоң топко бөлүүгө болот:

1) өзгөрүлмөнүн бүткүл маанилеринде жашай турган туюнтмалар;

2) өзгөрүлмөнүн кээ бир маанилеринде жашабай турган туюнтмалар.

Көнүгүүлөр

10. Төмөнкү туюнтмалардын кайсылары жогоруда аталган топторго кирет:

$5+x$; k-8; $7y$; $\dfrac{1}{4}z$; $2n+1$; $\dfrac{6}{m+3}$; $\dfrac{a}{b-7}$; $\dfrac{c}{9}$.

11. *a, b* өзгөрүлмөлөрү жана арифметикалык амалдар катышкан туюнтмаларды жаз.

12. *x* жана *y* тамгаларын пайдаланып, 5ке 3 калдыгы менен бөлүнүүчү натуралдык сандардын өзгөрүлмөлүү туюнтмасын жаз. Калдыктуу бөлүүнү эсте. Мисалы, 13:2=5 (3 калдык), 13=5·2+3 деп жазылат.

13. 5ке эселүү натуралдык сандарды өзгөрүлмөлүү туюнтма түрүндө жаз.

14. Көбөйтүүнүн жадыбалдарын *a, b, c, d, e, t, f, k* тамгаларын пайдаланып, алгебралык туюнтма түрүндө жаз. Мисалы, $2a$ – 2ге көбөйтүүнүн жадыбалы. Туюнтманын аныкталуу областын тап.

15. Ар бир мамычадагы сан туюнтмаларды бир же бир нече өзгөрүлмөлүү туюнтмаларга алмаштыр:

а)	б)	в)
2·0,1+1,	11·2-12	(45-5)·5+10
2·0,2+1,	11·3-13	(45-6)·5+11
2·0,3+1,	11·4-14	(45-7)·5+12
2·0,4+1,	11·5-15	(45-8)·5+13
2·0,5+1.	11·6-16.	(45-9)·5+14.

16. Алгебралык туюнтма түрүндө туюнт:

1) 5ке эселүү бүтүн сандарды;

2) 5ке 3 калдык менен бөлүнүүчү натуралдык сандарды алгебралык туюнтма түрүндө жаз.

17. Туюнтмалардын маанилерин эсепте:

а) $8x(x-7)+15,\ x=2;$ в) $(p+0,5)(p-0,5),\ p=2,4;$

б) $y+\frac{2}{5}(y-\frac{1}{3})$, $y=2;$ г) $6,5-(4m+10),\ m=\frac{1}{2}$.

18. Туюнтмалардын аныкталуу областтарын тап.

Мисалы, $\frac{89-a}{a-7,9}$ үчүн a=7,9 деп жаз.

$$\frac{x-6}{12};\ \frac{89-a}{a-7,9};\ \frac{b-12}{b+12};\ \frac{b-12}{b-1};\ \frac{c}{(c-15)(c+17)}.$$

19. Бир орундуу сандын сол жагына 5 цифрасы жазылды дейли. Анда келип чыккан санды алгебралык туюнтма түрүндө жаз.

20. Өзгөрүлмөлөрдүн кайсы маанилеринде берилген туюнтмалар мааниге ээ эмес:

а) $7y+2$; б) $\frac{19}{y}$; в) $\frac{2}{x-25}$; г) $\frac{m-3}{7}$; д) $\frac{6a}{a+5}$;

е) $\frac{2b}{20-b}$; ж) $3+\frac{400-a}{a-0.5}$.

21. Туюнтма түрүндө жаз:

а) a жана b сандарынын суммасы;

б) m саны менен x жана y сандарынын тийиндисинин айырмасы;

в) a жана m сандарынын айырмасы;

г) x санынын квадраты;

д) y санынын кубу;

е) x саны менен a жана b сандарынын көбөйтүндүсүнүн суммасы;

ж) a жана b сандарынын суммасы менен c санынын көбөйтүндүсү;

з) a саны менен x жана y сандарынын айырмасынын көбөйтүндүсү.

22. $2n+1$ туюнтмасынын $n=1;2;3;\ldots$ болгондогу бир нече маанилерин эсепте. Жыйынтык чыгар. Бул кайсы сандар?

23. Туюнтмалардын маанилерин эсепте.

$\frac{10^2+11^2+12^2+13^2+14^2}{365}$; $15\frac{1}{5}+19\frac{4}{5}$; $8\frac{3}{5}+22\frac{5}{7}$;

$-155\frac{16}{25}-150\frac{9}{25}$; $35\frac{7}{9}+12\frac{2}{3}$; $-45\frac{5}{12}-95\frac{13}{24}$;

$-88\frac{9}{13}+44\frac{7}{12}$; $45\frac{5}{18}\cdot 25$; $28\frac{3}{12}\cdot 24$.

24. 20дан 30га чейинки сандарды эки же үч жөнөкөй сандын суммасы түрүндө туюнт.

25. Үч бир тууган 24000 долларга үй сатып алууну чечишти. Алардын биринчиси жалпы сумманын жарымын, экинчиси – үчтөн бирин, ал эми үчүнчүсү – калган бөлүгүн төлөмөк болушту. Ар бири канча акча бериши керек?

26. 1 киловатт/саат электр кубатынын баасы 45 тыйын болсун дейли. Пайдаланылган электр кубатына төлөнүүчү акыны эсептөөчү жалпы туюнтманы жаз. Өзгөрүлмө чоңдук болуп эмне эсептелет?

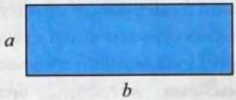
27. $\frac{25}{x-8}$ - туюнтмасынын аныкталуу областы болуп $x \neq 8$ шартын канааттандырган баардык сандар эсептелет. Ырастоону далилде.

1.2. Формула

Формула илимде, техникада, деги эле турмушта кеңири колдонулуучу түшүнүк. Ал жөнүндө №28-29-маселелердин чыгарылыштарынан таанышасың.

28. Жактары *a* жана *b* болгон тик бурчтуктун периметрин тап.

Ооба, периметр – бул фигуранын жактарынын узундуктарынын суммасы. Ал латындын *P* тамгасы менен белгиленерин билесиң.



Андыктан, $P=a+b+a+b=2a+2b=2(a+b)$ болот. Түшүндүр. Тик бурчтуктун жактары каалагандай узундукта болушу мүмкүн. Демек, a, b – өзгөрүлмөлөр. $P=2\bullet(a+b)$ сыяктуу формулаларды $P=2(a+b)$ түрүндө көбөйтүү белгиси жок жазса болот. Деги эле, ab, $2ab$, $(a+b)(a-b)$, $4(a+b)$ сыяктуу туюнтмалар көбөйтүндүнү түшүндүрөт.

29. 28-маселедеги барабардыкты пайдаланып, жактары:

1) $a=5$, $b=7$;

2) $a=5$, $b=8$ - болгон тик бурчтуктардын периметрлерин таап, аларды салыштыр. Эмнени байкадың? Туура. Периметрлери ар түрдүү болуп калды. Эмне үчүн? Ооба, алардын жактары ар түрдүү сандар. Демек, тик бурчтуктардын периметрлери алардын жактарынын узундуктарынан көз каранды болот турбайбы. Жактарынын бири эле өзгөрсө, анда периметр да өзгөрөт.

***P=2(a+b)* - барабардыгында ошол байланыш чагылдырылган.**

1.4.-аныктама.

Өзгөрүлмөлөрдүн арасындагы өз ара көз карандылыкты туюнтуучу **барабардык формула** деп аталат.

Демек, $P=2(a+b)$ – **бул тик бурчтуктун периметрин эсептөө формуласы.**

Формула математикада, өзгөчө алгебрада абдан чоң роль ойнойт. Ал бир гана математикада эмес, ошондой эле, физика, химия сыяктуу табият илимдеринде да кеңири колдонулуп, илимдин жана техниканын өнүгүшүндө маанилүү болуп эсептелет. Анткени, алардын закондору тамгалар, сандар, амалдуу барабардык, чоң жана кичине белгилери аркылуу түзүлгөн формулалардын жардамында туюнтулат.

Мисалы, $v=s:t$, $s=v\cdot t$, $t=s:v$. (Эсте. Булар кайсы формулалар?)

Турмушта табияттын жалпы закондору математикалык белгилер аркылуу туюнтулуп, анын маңызы так көрсөтүлөт. Бекеринен **математиканы**, анын ичинде **алгебраны-илимдин тили дешпейт**.

Көнүгүүлөр

30. Жактары a жана b болгон тик бурчтуктун S аянтын табуу формуласын жаз.

31. Жактары:

а) 48,5 см жана 61,8 см;
б) 75 дм жана 88,4 дм;
в) 101,2мм жана 12,5 мм;
г) 17,9 м жана 20 м

болгон тик бурчтуктардын периметрин жана аянтын эсепте.

32. Нерсенин өткөн жолун табуу формуласын жаз.

33. Жагы a болгон квадраттын периметрин табуу формуласын жаз.

34. Кырлары a, b жана c болгон тик бурчтуу параллелепипеддин көлөмүн эсептөө формуласын жаз.

35. Жактары a га барабар болгон квадраттын аянтын эсептөө формуласын жаз.

36. Каалагандай c, d өлчөмгө ээ болгон тик бурчтуктардын S аянтын эсептөөнүн жалпы формуласы кандайча жазылат?

37. Узундугу 7ге барабар, ал эми туурасы белгисиз болгон тик бурчтуктардын аянттарын табуу формуласын жаз.

38. m саны n санынын $p\%$ ын түзөт. m ди n жана p аркылуу туюнт. Түзүлгөн формулага маселе түз.

39. a саны b санынын канча пайызын ($P\%$) түзөрүн тап.

40. $1см^3$ заттын массасы p граммга барабар. Эгерде заттын көлөмү $Vсм3$ болсо, анда анын m массасын грамм менен эсептөө формуласын жаз: m=p·… Барабардыкты толукта.

а) $V=360, p=0,18$ болгон тыгындын массасын;

б) $V=120, p=10,5$ болгон күмүштүн массасын өзүң жазган формула боюнча эсепте.

41. $t=\frac{s}{v}$ – формуласы эмнени түшүндүрөт?

1.3. Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүү

Туюнтмалардын маанилерин эсептөөдө, теңдемелердин тамырларын чыгарууда аларды ыңгайлуу түргө келтирип, жөнөкөйлөтүп алуу максатка ылайык. Ал үчүн бир туюнтманы **экинчи бир** туюнтмага **алмаштыруу** керек. Экинчи туюнтманы алуу үчүн кандай операцияларды жүргүзүүгө туура келет? Алгачкы туюнтма менен байланышы кандай болот? Мына ушул суроолорго жоопторду №42-48-көнүгүүлөрдөн табасың.

42. $9+(a+b)$ жана $(9+a)+b$ туюнтмалардын айырмачылыктары барбы? Байка. Туюнтмалардын $a=2$, $b=5$ болгондогу маанилерин айрым-айрым тап жана аларды салыштыр. Эмнени байкадың?

Туура. Берилген туюнтмалар бири-биринен жазылышы менен гана айырмаланат. Кандайча? Түшүндүр. Туюнтмалардын маанилери кандай? Туура – барабар. a, b **– өзгөрүлмөлөрүнүн башка каалаган маанилеринде бул туюнтмалардын маанилери барабар болобу? Албетте, бул туюнтмалар өзгөрүлмөлөрдүн каалаган маанилеринде барабар болушат. Анткени, кошулуучуларды топтоштуруп кошуудан сумма өзгөрбөйт.**

Мындай туюнтмаларды теңдеш барабар туюнтмалар деп аташат.

43. $a+b=b+a$ барабардыгы эмнени түшүндүрөт? $a=5$, $b=3$ болгондо барабардыктын тууралыгын текшер. Өзгөрүлмөлөр башка мааниге ээ болсо барабардык сакталабы? Ооба, сакталат – ал кошуу амалынын **орун алмаштыруу закону** деп аталып, баардык сандар үчүн туура болот. Андыктан, $a+b$ жана $b+a$ туюнтмалары **теңдеш барабар** болушат:

$$a+b=b+a.$$

b+a – туюнтмасы a+b – туюнтмасынан **кандай операциянын** негизинде келип чыкты?

44. Мамычалардан теңдеш барабар туюнтмаларды тандап, тиешелүү барабардыктарды жазып чык. Ар бир учурда кайсы операциянын негизинде 2-чи мамычанын туюнтмалары пайда болгонун айт.

1	2
$(a+b)c$	ab
$a+(b+c)$	$a(bc)$
ba	$(a+b)+c$
$(a-b)c$	$ac+bc$
$(ab)c$	$ac-bc$

Демек, кошуунун жана көбөйтүүнүн орун алмаштыруу, топтоштуруу жана көбөйтүүнүн кошууга (кемитүүгө) карата бөлүштүрүү закондору теңдеш барабар туюнтмалардан түзүлгөн.

1.5. – аныктама.

Эки туюнтманын аныкталуу областтары бирдей болуп, өзгөрүлмөлөрдүн **бүткүл маанилеринде** тиешелүү түрдө **барабар сан маанилерге ээ болушса**, анда берилген туюнтмалар **теңдеш барабар** деп аталышат.

45. $\dfrac{1}{x-5}$ жана $\dfrac{2}{2x-10}$ - туюнтмалардын теңдеш барабар экендигин далилде. Далилдөөдө кайсы операцияны пайдаланасың?

46. Барабардыктардын туура экендигин далилде. Теңдеш барабар туюнтмалардын келип чыгышын негиздеп түшүндүр.

а) 467+55=55+467;

б) 15+(18+25)=(15+18)+25;

в) 64·12=12·64;

г) (45+60)·3=45·3+60·3.

47. $b+a$, $(a+b)+c$, $ac+bc$ – туюнтмаларына теңдеш барабар туюнтмаларды жазып, колдонгон операцияларыңды айтып бер.

1.6.-аныктама

Бир алгебралык туюнтманы ага теңдеш барабар алгебралык туюнтма менен **алмаштыруу операциясы теңдеш өзгөртүп түзүү** деп аталат.

48. $5(x+y)$ – туюнтмасын теңдеш өзгөртүп түз.

Ал үчүн кашааны ачуу операциясын пайдалан. Ал кайсы законго негизделет? Ооба, $5(x+y)$ жана $5x+5y$ туюнтмалары теңдеш барабар. Андыктан $5(x+y)$тин ордуна $5x+5y$ ти жана тескерисинче алмаштырууга болот.

Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түзүүдө кошуунун, көбөйтүүнүн орун алмаштыруу, топтоштуруу жана көбөйтүүнүн кошууга (кемитүүгө) карата бөлүштүрүү закондору колдонулат.

Эмне үчүн теңдеш өзгөртүп түзүү керек? Ойлон.

Көнүгүүлөр

49. Туюнтмалар теңдеш барабар боло алышабы?

а) $-3(a-b)$ жана $3b-3a$; б) $-5(y-x)$ жана $5y-5x$

Жоопторуңду негизде.

50. Кандай туюнтма mn туюнтмасына теңдеш барабар туюнтма болот?

51. Кайсы туюнтмалар $(p+q)+l$ туюнтмасына теңдеш барабар туюнтма болушат?

52. Берилген туюнтмаларга теңдеш барабар туюнтмаларды жаз:

а) 3x+5y; в) 5(x-y); д) m(nk); ж) 2a+3+5a;

б) 3x+21; г) (t+17)+p; е) (8-m)c; з) 15a+5b+10c.

53. Теңдемелерди чыгарууда кандай теңдеш өзгөртүп түзүү операцияларын жүргүзөсүң?

а) $3(2x+5)=45$; б) $7y-8=20$.

54. Туюнтманы теңдеш барабар туюнтмалар менен алмаштыр: 20a+10b-15b+40+50a.

55. Теңдеш өзгөртүп түзүү аркылуу туюнтманын маанисин аныкта: 120+360+200+40+80.

1.4. Теңдештик

Биз 1.3. параграфта теңдеш өзгөртүүлөрдүн натыйжасында барабардыктарды алдык. Ошол барабардыктар атайын аталышка ээ. Алар **теңдештиктер.**

Теңдештик түшүнүгү жөнүндө № 56-59-маселелердин чыгарылыштарында айтылат.

56. Төмөнкү барабардыктарды салыштыр. Айырмачылыктарын аныктап, жыйынтык чыгарып көр:

$7x-9=12.$ $(b+c)a=ab+ac.$

Туура, биринчиси – теңдеме. Барабардык x тин бир гана маанисинде аткарылат. Ошол маани теңдеменин тамыры деп аталарын билесиң.

Экинчиси кошууга карата көбөйтүүнүн бөлүштүрүү законун чагылдырат. Ал закон бардык сандар үчүн аткарылат, башкача айтканда, a, b, c өзгөрүлмөлөрүнүн каалаган маанилеринде барабардык сакталат. Анткени, барабардыктын эки жагындагы туюнтмалар теңдеш барабар.

Мына ошентип, барабардыктардын мүнөзү түрдүүчө болушу мүмкүн: кээ бирөөлөрү өзгөрүлмөнүн айрым гана маанисинде аткарылса (алар теңдемелер), кээ бирөөлөрү өзгөрүлмөлөрдүн ар кандай маанилеринде туура.

1.7. – аныктама

Теңдеш барабар туюнтмалардан түзүлгөн барабардык **теңдештик** деп аталат.

Өзгөрүлмөлөрү жок сан барабардыктар да теңдештик болушат.

57. Жазуулардын арасынан теңдештиктерди бөлүп жазып чык:

$7x+5,$ $2y+15=20,$ $75+5=8\cdot10,$

$ab=ba,$ $x+y+z,$ $(a+b):c=a:c+b:c,$

$(a+b)+c=a+(b+c),$ $7\cdot(8\cdot9)=9\cdot8\cdot7.$

58. $8(x-y)-(2-x)=9x-8y-2$ – барабардыгы теңдештик болорун далилде.

Ал үчүн барабардыктын сол жагындагы туюнтманы теңдеш өзгөртүп түзүү операцияларын жүргүз (кашааларды ачып, окшош мүчөлөрүн топто). Ошондо оң жагындагы туюнтма келип чыкса, анда барабардык теңдештик болот.

59. $5p(1-q)+6q=q(6-5p)+5p$ барабардыгынын теңдештик экенин далилде.

Карап көр: барабардыктын эки жагындагы туюнтмалар татаал экен, ар бирөөнү теңдеш өзгөртүп түзүүгө туура келет:

$$5p(1-q)+6q=5p-5pq+6q,$$

$$q(6-5p)+5p=6q-5pq+5p.$$

Буларды түшүндүр. Жыйынтык чыгар.

Туура, теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдүн негизинде бирдей туюнтмалар келип чыкты. Ал 5p-5pq+6q (экинчисинде орун алмашып эле калган).

Мындан берилген барабардык теңдештик экендиги далилденди.

Жогорудагы далилдөөлөрдүн негизинде төмөнкүдөй корутундуларды чыгарууга болот:

1. Эгерде барабардыктын сол (оң) жагын теңдеш өзгөртүүдөн анын оң (сол) жагындагы туюнтма келип чыкса, анда ал барабардык теңдештик болот.

2. Эгерде барабардыктын эки жагын тең теңдеш өзгөрткөндө бирдей туюнтма келип чыкса, анда ал барабардык теңдештик болот.

Тапшырмалар

60. $p2+pq$ – туюнтмасына теңдеш барабар туюнтманы жаз. Кандай теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү жүргүзөсүң?

61. $2a+4b+3a+6b$ – туюнтмасын теңдеш барабар туюнтмага алмаштыр. Кайсы операцияны колдоносуң?

62. Туюнтмаларды көбөйтүүнүн орун алмаштыруу жана топтоштуруу касиеттерин пайдаланып, жөнөкөйлөт:

а) $-8{,}9a\cdot 2$; в) $76b\cdot 15\cdot t$; д) $\frac{12}{25}\cdot x\cdot\frac{15}{24}\cdot y$;

б) $0,65x\cdot\frac{7}{10}$; г) $8,18\cdot n\cdot 4,6m$; е) $-\frac{65}{77}\cdot x\cdot 77$.

Келип чыккан туюнтмалар берилгендерге теңдеш барабар боло алышабы?

63. Туюнтмаларды теңдеш барабар туюнтмаларга өзгөрт. Кайсы операцияларды пайдаланасың?

а) $35(x-y)$; в) $-32\cdot(7a-3b+11)$;

б) $(a-7b)\cdot 5$; г) $3,5\cdot(-35p+45q-3c)$.

64. Туюнтмалар эки-экиден теңдеш барабар болушабы? Жообуңду негизде.

а) $4k\cdot 2,5$ жана $10k$; в) $-3,5a+3,5a$ жана 0;

б) $17+(a+b)$ жана $(17+a)+b$; г) $x-y$ жана $y-x$.

65. Туюнтмаларга теңдеш туюнтмаларды жаз. Ал үчүн кыскартуу операциясын жүргүз.

$\frac{25}{100}$; $\frac{a^2b}{ab^2}$; $\frac{15(a+b)^2}{3(a+b)^3}$; $\frac{2\bullet 5\bullet 7}{14\bullet 15\bullet 3}$.

66. а) $4,17+17,2+1,83+15,8$; в) $25,8\cdot 2,5+25,8\cdot 17,5$;

б) $60\cdot 3,34\cdot 0,2$; г) $55,8\cdot 66,9-55,8\cdot 26,9$ –

туюнтмаларынын маанилерин тиешелүү барабардыктарды пайдалануу менен тап.

67. а) $25,7\cdot 4,09+25,7\cdot 7,91$; в) $2\frac{2}{5}\cdot 10+2\frac{2}{5}\cdot 15$;

б) $45,89\cdot 22,9-22,9\cdot 42,09$; г) $3\frac{7}{12}\cdot 5\frac{5}{9}-3\frac{7}{12}\cdot 3\frac{4}{18}$ -

-туюнтмаларынын маанилерин кайсы барабардыкты колдонуп табууга болот?

68. Төмөндөгү барабардыктардын туура же туура эмес экендигин эсептөөлөрдү жүргүзбөй туруп аныкта.

а) $635+45=47+635$;

б) $125+(230+85)=(125+230)+89$;

в) $17\cdot 38,6=38,6\cdot 17$;

г) $39,9\cdot(45\cdot 123)=(39,9\cdot 45)\cdot 123$;

д) $(144,7+34,8)\cdot 188=144,7\cdot 188+34,8\cdot 188$;

е) $(88-44)\cdot 12=88\cdot 12-44\cdot 12$.

69. а) Сандарды жөнөкөй көбөйтүүчүлөргө ажырат:

64; 100; 32; 18; 27.

б) $44 \cdot 85 + 44 \cdot 36$ – суммасы 11ге жана 4кө бөлүнөрүн далилде.

70. $4x + \frac{8}{5-x} = 12x$ - барабардыгы берилсин. Бул теңдемеби же теңдештикпи? Өзгөрүлмөнүн кабыл алууга мүмкүн болгон маанилери кайсылар?

Ооба, ал $x \neq 5$ болгон бардык сандардын көптүгү.

Өзүңдү текшер!

А мамычасындагы ар бир түшүнүктүн номерине Б мамычасындагы тиешелүү аныктаманын тийиштүү тамгасын туура келтирип жаз:

1. ________
2. ________
3. ________
4. ________
5. ________
6. ________

А	Б
1. Сандуу туюнтма	а) Өзгөрүлмөлөрдүн кабыл алууга мүмкүн болгон бардык маанилери.
2. Өзгөрүлмөлүү туюнтма	б) Барабар сан маанилерге ээ болушкан өзгөрүлмөлүү туюнтмалар.
3. Туюнтманын аныкталуу областы	в) Туюнтманы ага теңдеш барабар туюнтма менен алмаштыруу.
4. Теңдеш барабар туюнтмалар	г) Өзгөрүлмөлөрүнүн кабыл алууга мүмкүн болгон бүткүл маанилеринде туура болгон өзгөрүлмөлүү барабардык.
5. Теңдеш өзгөртүп түзүү	д) Арифметикалык амалдар, кашаалар жана сандар катышкан туюнтма.
6. Теңдештик	е) Амалдар, кашаалар, сандар жана тамгалар катышкан туюнтма.

II ГЛАВА

НАТУРАЛДЫК КӨРСӨТКҮЧТҮҮ ДАРАЖА ЖАНА АНЫН КАСИЕТТЕРИ

Түйүндүү түшүнүктөр:

1. Натуралдык көрсөткүчтүү даража.
2. Даражаны даражага көбөйтүү.
3. Даражаны даражага бөлүү.
4. Даражаны даражага көтөрүү.
5. Көбөйтүндүнү даражага көтөрүү.
6. Бөлчөктү даражага көтөрүү.

2.1. Натуралдык көрсөткүчтүү даража

«Даража» түшүнүгү сага мурдатан эле белгилүү – ал бирдей көбөйтүүчүлөрдүн көбөйтүндүсү.

$3\cdot3\cdot3\cdot3=81$. 81 саны 3түн төртүнчү даражасы деп аталып, 3^4 деп жазылат. Мында, 3 саны – бирдей көбөйтүүчүлөрдүн бири, **даражанын негизи** деп аталат, ал эми 4 – көбөйтүүчүлөрдүн жалпы санын туюнтуп, **даражанын көрсөткүчү** деп аталат. Анда $3\cdot3\cdot3\cdot3=81$ барабардыгы $3^4=81$ деп жазылат.

Даражаны окууда адегенде анын негизи, анан барып көрсөткүчү айтылат: 3^4 – үчтүн төртүнчү даражасы. Сандын **экинчи** жана **үчүнчү** даражалары, тиешелүү түрдө ошол сандын квадраты жана кубу деген атайы аталышка ээ. Мисалы, 5^2 - бештин квадраты; 2^3 – экинин кубу. Даражанын негизи ар кандай сан болушу мүмкүн: натуралдык сан, бөлчөк сан, терс сан ж.у.с.

Даражанын негизи өзгөрүлмө болушу мүмкүнбү?

Ооба, даражанын негизи өзгөрүлмө болушу да ыктымал.

Мисалы,

$$m\cdot m\cdot m=m^3;\ a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a=a^5;\ d\cdot d=d^2;\ \ m\cdot m\cdot m\cdot m\cdot m\cdot m\cdot m\cdot m\cdot m\cdot m=m^{10}$$

Ал эми **даражанын көрсөткүчү** өзгөрүлмө болушу мүмкүнбү? Ооба, даражанын көрсөткүчү да өзгөрүлмө болушу ыктымал.

Мисалы, $b \cdot b \cdot b ...... b = b^n$, мында n көрсөткүч b даражада көбөйтүүчү катары канча жолу катышканын туюнтат. Демек, n – натуралдык сан.

2.1. – аныктама.

Ар бири b га барабар болгон n көбөйтүүчүлөрдүн көбөйтүндүсү b нын n натуралдык көрсөткүчтүү даражасы же кыскача натуралдык даража деп аталып, төмөнкүдөй формула менен белгиленет:

$$\underbrace{b \cdot b \cdot b \cdots b}_{n \text{ жолу}} = b^n ,$$

мында $n \geq 0$, b^n – даража, b – даражанын негизи, бүтүн сан болушу мүмкүн, ал эми n – даражанын көрсөткүчү. Ал 0 же натуралдык сан.

Көнүгүүлөр

1. Барабардыктарды толукта:

$19 \cdot 19 \cdot 19 \cdot \ldots \cdot 19 = 19^7$; $\quad k \cdot k \cdot k \cdot \ldots = k^5$; $\quad c \cdot c \cdot \ldots = c^7$;

$5 \cdot 5 \cdot 5 = \ldots$; $\quad \underbrace{c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c \cdot c = \ldots}_{k \text{ жолу}}$; $\quad \underbrace{m \cdot m \cdot m \cdot \ldots \cdot m = \ldots}_{p \text{ жолу}}$

2. Ашыкчасын сызып салып, туура барабардык жаз:

$37 \cdot 37 \cdot 37 \cdot 37 \cdot 37 \cdot 37 \cdot 37 \cdot 37 \cdot 37 \cdot 37 \cdot 37 \cdot 37 \cdot 37 = 37^9$

3. Көбөйтүндүлөрдү мүмкүн болгон учурда даража түрүндө жазып, маанилерин аныкта: $k \cdot k \cdot k$; $\quad 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$; $\quad 6 \cdot 7 \cdot 8$;

$(-0,7) \cdot (-0,7)$; $\quad x \cdot x$; $\quad 0,5 \cdot 0,5$; $\quad \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7}$; $\quad a \cdot a \cdot a \cdot b$;

$y \cdot y \cdot y \cdot y$; $\quad 4 \cdot 4 \cdot 5$; $\quad 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3$.

4. Туюнтмаларды көбөйтүндү түрүндө жаз:

$7^2 \cdot 4; 4^5$; $\quad 2^3 \cdot 7^3 \cdot 5^2$; $\quad 8^3 \cdot 5^3 \cdot 6$; $a^3 \cdot a^2$; $\quad b^4 \cdot a^5$; $\quad k^3 \cdot c^4$; $\quad c^{\text{т}}$; $\quad d^n$.

5. Теңдемелерди чыгар:

$5x + 2^3 + 9x = 21$; $\quad 5^2 x - 10x = 4^2 + 14$;

$-\frac{2}{5}x - 17x = \frac{3}{5}x + 100$; $\quad 18 \cdot \frac{1}{3^2 \cdot 2} = 2x$.

6. Маселелерди чыгар.

а) Квадраттын жагы 5 см. Анын S аянтын жана P периметрин туюнткан формулаларды жаз.

б) Кыры a болгон кубдун V көлөмү кандай формула менен туюнтулат?

в) Кубдун кыры b см. Анын толук бетин туюнткан формула жаз. Аны $Sт.б.$ деп белгиле.

2.2. Даражалардын касиеттери

b^n - туюнтмасы даража деп аталаарын түшүндүң. Мында даражанын негизи жана көрсөткүчү каалагандай тамгалар менен белгилениши ыктымал. Мисалы, a^n, c^k, b^m ж.б. Даражанын мааниси анын негизин жана көрсөткүчүн туюнткан өзгөрүлмөлөрдүн сан маанилерине жараша өзгөрөт.

Кээ бир жекече учурларды төмөнкү көнүгүүлөрдөн кара.

7. $a^1 = a$ болот, анткени a негизи бир гана жолу көбөйтүүчү катары алынат. Эмне үчүн? Түшүндүр. Демек, **көрсөткүчү 1 болгон ар кандай даража анын негизине барабар.**

8. $a^0 = 1$. Алгебрада **ар кандай сандын нөлүнчү даражасы 1 ге барабар деп кабыл алынган!**

9. Эгерде $a > 0$ *(оң сан)*, n – каалагандай натуралдык сан болсо, анда $an > 0$ болот, т.а. **ар кандай оң сандын натуралдык даражасы оң сан болот.** Конкреттүү сандардын жардамында далилде.

10. Эгерде $a < 0$ (терс сан), n - так сан болсо, анда $a^n < 0$ болот. Эгерде $a < 0$ болуп, бирок n – жуп сан болсо, анда $a^n > 0$ болот. Мисалы: $(-2)^2=4$; $(-2)^3=-8$, **б.а. терс сандын так көрсөткүчтүү даражасы терс сан, ал эми жуп көрсөткүчтүү даражасы оң сан болот.**

Мисалдардын жардамында бул ырастоолордун тууралыгын текшерип көр.

11. Эгерде $n = 2$ болсо, анда $a^n = a^2$ болот. Ал туюнтма ***a* нын квадраты** деп аталат.

12. Эгерде $n = 3$ болсо, анда $a^n = a^3$ болот. Ал туюнтма ***a* нын кубу** деп аталат.

13. Ар кандай a саны үчүн

$$-(a^n) = -a^n$$

барабардыгы сакталат. Буга мисалдарды келтирип, өз сөзүң менен айтып көр.

2.3. Даражалар менен болгон амалдар

Даражалардын үстүнөн ар кандай амалдар аткарылышы мүмкүн. Ошол мүмкүнчүлүк теорема түрүндө туюнтулуп, чындыгы далилденет. Алар төмөндөгү пункттарда каралат. (Теорема терминин сөздүктөн кара).

2.3.1. Натуралдык даражаларды көбөйтүү

Теорема 3.1. Негиздери бирдей болгон даражалардын көбөйтүндүсү көрсөткүчү көбөйтүүчүлөрдүн көрсөткүчтөрүнүн суммасы болгон даражага барабар:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \qquad (1)$$

Далилдөө:

$$a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot \cdots a}_{m \text{ жолу}}; \qquad a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \cdots a}_{n \text{ жолу}}$$

$$a^m \cdot a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \cdots a}_{m \text{ жолу}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n \text{ жолу}} = \underbrace{a \cdot a \cdots a \cdots a}_{(m+n) \text{ жолу}};$$

Мындан, $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (1) барабардык алынды. Демек, теорема далилденди.

Көнүгүүлөр

14. $a=2$, $m=3$, $n=5$ болгон учурда (1) формула боюнча көбөйтүндүнү эсепте.

15. $a^m a^n a^k = a^{m+n+k}$ экендигин далилде.

16. Туюнтмалардын маанисин аныкта:

b^0; k^1; $a^0 \cdot a^1$; $2^3 \cdot 2^4$; $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$;

$(-2)^3 \cdot (-2)^5$; $3 \cdot 3^5$; $a^2 a^{10}$; $m^3 n^4$; $(-k)^3$; $(-c)^8$; $2^3 \cdot 4$.

17. а) Теңдемелерди чыгар:

$5^2 \cdot 10x+1000=0$; $25x=4x$; $8^2 \cdot 2^2+x=32$.

б) Бөлчөктөрдү кыскарт:

$$\frac{5\bullet5\bullet2}{5\bullet2}; \quad \frac{14\bullet2\bullet3}{7\bullet5\bullet3}; \quad \frac{12}{36}; \quad \frac{81}{18}.$$

2.3.2. Натуралдык даражаларды бөлүү

Теорема 2: Негиздери бирдей болгон даражалардын тийиндиси көрсөткүчү бөлүнүүчү менен бөлүүчүнүн көрсөткүчтөрүнүн айырмасы болгон даражага барабар:

$$a^m : a^n = a^{m-n} \qquad (2)$$

мында $m>n$ ($m<n$ болгон учурлар кийинки класстарда каралат).

Далилдөө: $a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m \text{ жолу}}$, $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ жолу}}$

$a^m : a^n = \dfrac{a^m}{a^n}$ десе болот, анда $\dfrac{a^m}{a^n} = \dfrac{\overbrace{a\bullet a\bullet a\bullet\bullet\bullet a}^{m \text{ жолу}}}{\underbrace{a\bullet a\bullet a\bullet\bullet\bullet a}_{n \text{ жолу}}}$

Бул бөлчөктүн алымына да, бөлүмүнө да кирген бирдей көбөйтүүчүлөрдү кыскартуу операциясын жүргүзөбүз. $m>n$ болгондуктан, бөлчөктүн бөлүмүндөгү көбөйтүүчүлөрдүн баары кыскарып, алымында (m – n) көбөйтүүчүлөр калат (түшүндүр).

Мындан,

$$a^m : a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \cdots a}_{(m-n) \text{ жолу}};$$

Демек, $a^m : a^n = a^{m-n}$. (2) барабардык келип чыкты. Теорема далилденди.

Көнүгүүлөр

18. a=*3* *m=6, n=4* болгондо (2) формуланы пайдаланып, тийиндини эсепте.

19. Туюнтмаларды жөнөкөйлөтүп, маанисин аныкта:

$5^{15}: 5^{13}$; $2^9: 2^3$; $16: 2^2$; $2^3\cdot 2^5: 2^4$; $b^5: b^3\cdot b^8$;
$9^2\cdot 9^3: 9^5$; $15^2: 15$; $10^8: 10^4$; $7^2\cdot 7^8: 7^5$; $k^0\cdot k^{10}: k^7$;
$L^0\cdot L^1\cdot L^{10}:L^8$; $a^0\cdot a^1\cdot a^2$.

20. Туюнтмаларды даража түрүндө жаз:

$2\cdot 2\cdot 2$; $5\cdot 5\cdot 2\cdot 2$; $7\cdot 7\cdot 7\cdot 7\cdot 5\cdot 5$; $c\cdot c\cdot c\cdot b\cdot b\cdot b$; $2\cdot t\cdot 2\cdot t\cdot 2\cdot t\cdot 2\cdot t\cdot 2\cdot k\cdot 2\cdot k$;
$5p\cdot 51\cdot 5m\cdot 7p\cdot 31\cdot m$; $(8\cdot 8\cdot 8)\cdot(8\cdot 8)$; $(4\cdot 4\cdot 4\cdot 4) : (4\cdot 4)$; $(3\cdot 3\cdot 3\cdot 5\cdot 5) : (3\cdot 3)$.

2.3.3. Көбөйтүндүнү даражага көтөрүү

Теорема 3: Ар кандай *a* жана *b* сандары үчүн *ab* көбөйтүндүсүнүн *n* натуралдык даражасы ошол *a* жана *b* сандарынын *n* көрсөткүчтүү даражаларынын көбөйтүндүсүнө барабар:

$$(ab)^n=a^nb^n \qquad (3).$$

Далилдөө:

$$(ab)^n=\underbrace{(ab)(ab)\ldots(ab)}_{n\ жолу}$$

деп жазабыз. Эмне үчүн? Түшүндүр.

Көбөйтүүнүн орун алмаштыруу жана топтоштуруу закондорунун негизинде төмөнкүгө ээ болобуз:

$$\underbrace{(ab)\cdot(ab)\ldots(ab)}_{n\ жолу}=\underbrace{(a\cdot a\ldots a)}_{n\ жолу}\cdot\underbrace{(b\cdot b\ldots.b)}_{n\ жолу}=a^n\cdot b^n,\ б.а.\ (ab)^n=a^nb^n$$

Башкача айтканда, $(ab)^n=a^nb^n$ болуп, (3) барабардык аткарылды.

Көнүгүүлөр

21. *a=3, b=4, n=2* болгондо (3) формула боюнча көбөйтүндүнүн даражасын эсепте.

22. Туюнтмаларды теңдеш өзгөртүп түз:

$(5\cdot 3)^2$; $(2\cdot 5)^3$; $2^2\cdot 4^2$; $9^3 8^3$; $7^2\cdot 7^5$; $(2^5\cdot 3^5):6^2$; 10^{10}: $(2^5\cdot 5^2)$;
$6\cdot 6\cdot 6\cdot 3\cdot 3\cdot 3$; $5\cdot 5\cdot 7\cdot 2\cdot 2$; $8\cdot 2^3$; $((-3)\,(-2))^3$; $((-5)\cdot 3)^4$.

23. Теңдемелерди чыгар:

$(2\cdot2)^3x+2^2x+35=4x+100$　　　　$102+7x+7^2x=-122$

24. ✓ Амалдарды аткар:

$8^2+4^4+(5\cdot2)^2$;　10^3-10^2-10;　$3^2x+x^0+x^1$;　$9^2:3^2$;　$27:5^2$;　$2a+5^2a+7^2a$.

2.3.4. Даражаны даражага көтөрүү

Теорема 4: Каалагандай a^m даражасынын *n-чи* даражасы көрсөткүчү *m* жана *n* дин көбөйтүндүсү болгон *a* нын даражасына барабар:

$$(a^m)^n = a^{m\cdot n} \qquad (4)$$

Далилдөө:

$$(a^m)^n = \underbrace{a^m \cdot a^m \ldots a^m}_{n\ жолу}. \quad \text{Түшүндүр.}$$

Мындан,

$$\underbrace{a^m \cdot a^m \ldots a^m}_{n\ жолу} = a^{\overbrace{m+m+\ldots+m}^{n\ жолу}} = a^{mn}$$

болот, анткени

$$\underbrace{m+m+\ldots+m}_{n\ жолу} = m \cdot n.$$

Эмне үчүн? Түшүндүр.

Демек, $(a^m)^n = a^{mn}$ болуп, (4) барабардык аткарылды.

Көнүгүүлөр

25. $a=3$, $m=4$, $n=2$ болгондо (4) формула боюнча даражанын даражасын эсепте.

26. Тиешелүү операцияларды аткар:

$(xy)^5$;　　$(a^2)^m$;　　$(a^7)^2$;　　$(3^2)^2$;

$(x^2)^4$; $(-5xy)^3$; $(m^5)^2$; $(a^0)^2$;

$(abc)^7$; $(-100abc)^2$; $(-0{,}2xy)^4$; $\frac{10z^{10}}{5z^8}$;

$(x^4)^2$; $(x^3y^5)^4$; $(-3bd)^3$; $a^5:a^4$;

$(3x)^4$; $(5y^3)^2$; $(cn)^{15}$; $(p^2\cdot p^3)p^5$.

27. Туюнтмаларды негизи 5 болгон даража түрүндө көрсөт:

25^6; 125^7; 625^3; $1\cdot 5$.

28. Туюнтмалардын маанилерин тап:

$(3\cdot 10)^3$; $(0{,}3\cdot 4)^2$; $0{,}2\cdot 10^3$; $16 : 2^3$;

$(2\cdot 100)^2$; $(-4)^3$; $8^2:4^2$; $9^2 : 3^2$.

2.3.5. Бөлчөктү даражага көтөрүү

Теорема 5: Каалагандай $\frac{a}{b}$ бөлчөгүнүн ($b \neq 0$) *n* натуралдык даражасы берилген бөлчөктүн алымынын жана бөлүмүнүн *n*- чи даражаларынын тийиндисине барабар:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \qquad (5).$$

Далилдөө:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\left(\frac{a}{b}\right)\cdot\left(\frac{a}{b}\right)\ldots\left(\frac{a}{b}\right)}_{n\ жолу} = \frac{\overbrace{a\cdot a\cdots a}^{n\ жолу}}{\underbrace{b\cdot b\cdots b}_{n\ жолу}} = \frac{a^n}{b^n}$$

Ар бир кадамы кайсы эрежеге негизделгенин түшүндүр.

Мындан, $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ болуп, (5) барабардык аткарылды.

Тапшырмалар

29. $a = 5$, $b = 6$, $n = 2$ болгондо (5) формуланы пайдаланып, бөлчөктүн даражасын эсепте.

30. Туюнтмаларды көбөйтүндүлөрдүн жана бөлчөктөрдүн даражасы түрүндө жаз:

b^4x^4; $x^3y^3z^3$; $(-a)^5b^3$; 27n3; $\dfrac{\kappa^3}{l^3}$; $\dfrac{a^5}{b^2}$.

31. Бөлчөктөрдү даражага көтөр:

$(\dfrac{2}{5})^3$; $(\dfrac{k}{l})^6$; $(\dfrac{a^2}{b^3})^2$; $(\dfrac{10}{13})^1$;

$(\dfrac{2}{3})^3$; $(\dfrac{m^2}{n^5})^7$; $(\dfrac{1}{2})^0$; $(\dfrac{5^2}{6^2})^2$.

32. Туюнтмаларды жөнөкөйлөтүп, маанилерин эсепте.

$2^3\cdot(\dfrac{1}{5})^2$; $\dfrac{0{,}6^{12}}{0{,}6\cdot0{,}6^5}$; $\dfrac{3^{15}}{3^5\cdot3^6}$; $\dfrac{5^{16}\cdot5^4}{5^{18}}$; $(\dfrac{3}{4})^7\cdot(1\dfrac{1}{3})^7$; $(\dfrac{1}{7}y)^2$;

$\dfrac{7^9\cdot7^5}{7^{12}}$; $(\dfrac{10^2}{0{,}1^2})^1$; $(0{,}2)^3\cdot(\dfrac{1}{50})^0$; $(\dfrac{1}{5})^0\cdot(\dfrac{2}{7})^2\cdot(\dfrac{1}{7})^1$; $(\dfrac{m^{10}}{n^{15}})^0$;

$(0{,}01)^3$; $(-1\dfrac{2}{3}cd)^2$; $(10xy)^0$; $(\dfrac{a^2}{b^4})^3$; $\dfrac{9^2}{3^2}$;

33. Тиешелүү операцияларды аткарып, туюнтмаларды жөнөкөйлөт. Ар бир учурда кайсы операция аткарылаарын айтып, иште:

$2^4\cdot2$; $10^2\cdot10\cdot10^0$; $c^{12}:c^3$; $x^3:x^0$; $(\dfrac{1}{2}kd)^4$; $2^6\cdot4$; $3^4\cdot3^2\cdot3^3$;

$y^{10}:y^7$; $x^2x^5x^4$; $(0{,}5m^2n)^3$; $8\cdot2^3$; $2^2\cdot4^2$; $(c^4)^2$; y^3y^2y; $(10^2a^2b^3)^2$;

$4^2\cdot4^3$; $10^5:10^{12}$; $(c^2)^4$; $a^{21}:a$; $\dfrac{(ab)^2}{(ab)^3}$; $3^8:3^5$; $(2{,}73)^{13}$;

$(2{,}73)^{12}$; $(2ab)^2$; $(\dfrac{c^5d}{c^2a^2})^2$.

$(-\dfrac{2}{7})^7:(-\dfrac{2}{7})^4$; $(0{,}5)^{10}:(0{,}5)^8$; $x^5:x^3$; $(3cd^2)^3$; $(m^2n^3:mn)^3$.

34. Тиешелүү операцияларды аткар:
m^3m^8; c^7c^{12}; aa^3; $2^6 \cdot 2^4$; x^4x^4; p^3p^{11}; b^8b^{15}; $7^5 \cdot 7$.

35. Туюнтмаларды негизи 3 болгон даража түрүндө жаз:
$81 \cdot 36$; $9 \cdot 81$; $27 \cdot 243$.

36. Бөлүүнү аткар:
$p^{10} : p^6$; $x^{21} : x^4$; $10^{16} : 10^{12}$;
$a^8 : a^4$; $y^9 : y$; $2{,}3^{16} : 2{,}3^7$.

37. Негизин өзгөртпөй, берилген даражаларды тийинди түрүндө жаз. Түрдүү варианттарды карап көр:
c^2; x^6; 2^4; $0{,}5^5$.

38. Туюнтмалардын маанилерин тап:
$5^6 : 5^4$; $0{,}5^{10} : 0{,}5^7$; $2{,}73^{13} : 2{,}73^{12}$;

$10^{15} : 10^{12}$; $(1\frac{1}{3})^8 : (1\frac{1}{3})^6$; $(-\frac{2}{3})^7 : (-\frac{2}{3})^4$.

39. Бөлчөктүн маанилерин эсепте:
$\frac{7 \cdot 7}{7}$; $\frac{3}{3 \cdot 3}$; $\frac{5 \cdot 5}{5}$; $\frac{0{,}6}{0{,}6 \cdot 0{,}6}$.

40. Туюнтмаларды жөнөкөйлөт:
x^nx^3; a^2a^m; xx^n; $y^n : y^4$; $c^9 : c^m$; $k^n : k$.

41. Туюнтмалардын маанилерин эсепте:
$7^0 + 3 \cdot 2^5$; $(4 \cdot 2^{10})^0$; $(8^0 - 2 \cdot 3)^3$; $-4^2 - 12 \cdot 6^0$.

42. Туюнтмалардын маанилерин эсепте:

а) $3x^0$, $x=2{,}6$ болгондо;   в) $10a^2b^0$, $a=-3$, $b=-8$ болгондо;

б) $-2{,}5y^0$, $y=-1\frac{2}{3}$ болгондо;   г) $27a^0c^3$, $a=\frac{2}{3}$, $c=-\frac{1}{3}$ болгондо.

43. Туюнтмаларды жөнөкөйлөт:
m^3m^8; c^7c^{12}; aa^3; $5^9 \cdot 5^8$;
x^4x^4 p^3p^{11}; b^2b; $3^3 \cdot 3^3$;
x^5x^8; y^4y^9; x^9x; $2^6 \cdot 2^4$;

a^6a^3; b^4b^8; yy^{12}; $7^5 \cdot 7$;

$p^{10}:p^6$; $x^{15}:x^4$; $10^{16}:10^{12}$; $a^8:a^4$.

44. Жыйынтыктарды даража түрүндө жаз:

$50 \cdot 25$; $6^{15} \cdot 36$; $2^9 \cdot 32$; $3^2 \cdot 3^5$;

$3^{12} \cdot 27$; $0{,}4^5 \cdot 0{,}16$; $0{,}001 \cdot 0{,}1^4$; $81 \cdot 3^6$.

45. Туюнтмаларды даража түрүндө жаз:

$25 \bullet 125$; $16 \bullet 32$; $10 \bullet 100$; $625 \bullet 5$.

46. Туюнтмаларды окшош көбөйтүүчүлөр түрүндө жаз:

c^2; x^6; 2^4; $0{,}5^5$.

47. Өзгөрүлмөнүн берилген маанилеринде туюнтмалардын маанилерин эсепте.

а) $4{,}5y^3$, $y=-1; -2; 0; 0{,}5; \frac{5}{9}$; б) $80-a^2$, $a=-5; -7; 1{,}9; -\frac{1}{2}$.

48. Көбөйтүндүлөрдү жөнөкөйлөт:

$x^2x^4x^6$; $(-y)^3(-y)^5$; $a^{17}a^{53}(-a)^{30}$; $b^{12}(-b)^{13}(-b)^3$.

49. Туюнтмаларды даража түрүндө туюнт:

$7 \bullet 49$; $3 \bullet 81$; $6^{17} \bullet 36$; $0{,}4^5 \bullet 0{,}16$; $2^9 \bullet 32$.

50. Туюнтмаларды негизи с болгон даража түрүндө жаз:

$(c^6)^2$; $(c^2)^6$; $(c^5)^2$; $(c^0)^5$.

51. Тийиндилерди даража түрүндө жаз:

$0{,}8^7:0{,}8^6$; $x^7:x^5$; $\frac{x^{13}}{x^{18}}$;

$49:7^3$; $y^{13}:y^{15}$; $\frac{a^{12}}{a^2}$.

52. Даражаны кандайдыр бир жол менен тийинди түрүндө жаз:

p^2; t^6; 3^4; $0{,}25^5$; $(\frac{7}{9})^3$.

53. Бөлчөктөрдүн маанилерин эсепте:

а) $\frac{5^9 \bullet 5^5}{5^{12}}$; б) $\frac{0{,}6^{15}}{0{,}6^4 \bullet 0{,}6^5}$; в) $\frac{17^{16} \bullet 17^7}{17^{10} \bullet 17^5}$; г) $\frac{121 \bullet 11^3}{11^6 \bullet 11}$.

54. Туюнтмаларды жөнөкөйлөт:

x^4x^5; y^2y^n; $c^m:c^{100}$; $k^n:k^m$; $\frac{m^5}{m^6}$.

55. Операцияларды аткар:

$5\cdot7^2$; $(8\cdot2)^3$; $25\cdot(-1{,}9)^3$; $-1{,}9^3\cdot3$;

$\frac{4}{7}\cdot(\frac{2}{3})^3$; $(-5\frac{1}{5})^5\cdot(-\frac{3}{7})^2$; 3^2+5^3; $16-5\cdot3^2$.

56. Туюнтмалардын маанилерин өзгөрүлмөнүн берилген маанилеринде эсепте.

а) $\frac{4}{5}x^2$, $x=-1{,}5$; $\frac{5}{4}$; 0; 1 б) $2\frac{2}{3}y^3$, $y=\frac{3}{7}$; 0; $\frac{9}{2}$.

57. Даражанын негизин жана көрсөткүчүн ата.

а) $3{,}5^4$; б) $(-100)^4$; в) $(-0{,}1)^3$; г) $(-a)^6$; д) 804^2; е) $(\frac{1}{2}x)^5$.

58. Тиешелүү операцияларды аткар. Алар кайсылар?

2^4; 4^2; $(-7{,}8)^2$; $(\frac{3}{4})^4$;

5^3; 3^5; $(-1{,}5)^3$; $(-\frac{2}{3})^5$.

59. Даражалардын маанилерин тап.

25^2; -7^3; $(-0{,}9)^3$; $(-\frac{1}{2})^5$;

8^4; 7^5; $(-2{,}4)^2$; $(-\frac{1}{2})^6$.

60. Сандарды даража түрүндө туюнт.

а) сандын квадраты түрүндө: 0,81; 0,16; 144; $\frac{25}{169}$; $1\frac{24}{25}$; 0,0004;

б) сандын кубу түрүндө: 64; - 216; 0,008; $-\frac{1}{64}$; $4\frac{17}{27}$.

61. Төмөнкү сандарды сандын квадраты же кубу түрүндө туюнт.

а) 8; в) 81; д) 125; ж) 64;

б) 0,25; г) 0,001; е) $3\frac{3}{8}$; з) $1\frac{11}{25}$.

62. Маанилерин эсептебей туруп, туюнтмаларды салыштыр.

а) 91^0 жана 0; в) $(-5{,}8)^3$ жана $(5{,}8)^2$;

б) $(-125)^2$ жана 0; г) $(-2{,}5)^{12}$ жана $(-8{,}4)^{19}$.

63. Амалдарды аткар.

а) $7\cdot5^2$; в) $(-0{,}4)^3$; д) $-3\cdot2^5$;

б) $(7\cdot5)^2$; г) $-0{,}4^3$; е) $-6^2\cdot(-12)^3$.

64. Туюнтмалардын маанилерин тап.

а) $6^3:2$; в) $(-0{,}1)^4$; д) $0{,}6\cdot(-2)^4$;

б) $(6:2)^3$; г) $-0{,}1^4$; е) $-10\cdot(-0{,}2)^3$.

65. Туюнтмалардын маанилерин эсепте. Кандай операцияларды аткарасың?

а) $(-10)^6$; в) $4\cdot5^3$; д) $-2^2\cdot15$;

б) -10^6; г) $-5\cdot2^5$; е) $2700\cdot(-0{,}1)^3$.

66. Амалдарды аткар.

а) 7^2+3^3; в) 6^2+8^2; д) $(6+8)^2$;

б) $10-5\cdot2^4$; г) $2\cdot3^4-3\cdot2^4$; е) $2\cdot5^3+5\cdot2^3$.

67. Эсепте:

а) 10^2-3^2; в) $-6^2-(-1)^4$; д) $0{,}2\cdot3^2-0{,}3\cdot2^4$;

б) $(10-3)^2$; г) $-8^3+(-3)^3$; е) $8\cdot0{,}5^3+25\cdot0{,}2^2$.

68. Тиешелүү операцияларды аткар:

$(xy)^4$; $(2x)^3$; $(-2abx)^4$;

$(abc)^5$; $(3ab)^2$; $(-0{,}2xy)^4$;

$(mn)^5$; $(10xy)^2$; $(-0{,}5bd)^3$;

$(-3y)^4$; $(-5xy)^3$; $(xyz)^2$;

$(-2ax)^3$; $(-10abc)^2$; $(7x)^2$

69. Туюнтмалардын маанисин эсепте.

а) $(2\cdot 10)^3$; б) $(3\cdot 100)^4$; в) $(5\cdot 12)^2$.

70. Туюнтмаларды өзгөрт.

b^3x^3; $x^2y^2z^2$; $32a^5$; $2^4\cdot 5^4$;

$0{,}25^{15}\cdot 4^{15}$; $(\frac{5}{7})^7\cdot 1{,}4^9$; a^7x^7; $(-a)^3b^3$; $0{,}027m^3$;

$4^3\cdot 25^3$; $(\frac{2}{3})^7\cdot 1{,}5^7$; $0{,}2^6\cdot 50^7$.

71. Тиешелүү операцияларды аткар:

$(x^3)^2$;	$(x^6)^4$;	$(a^5)^2$;	a^2a^m;
$(x^2)^3$;	$(y^7)^2$;	$((x^2)^3)^4)$;	$(a^2)^m$;
$(a^5)^4$;	$(b^5)^2$;	a^5a^2;	$(a^n)^3$;
$(a^6)^3$;	x^6x^4;	$(a^4)^3$;	$(a^3)^n$;
$(y^2)^5$;	x^2x^2;	a^3a^4;	a^na^3;
$(a^5)^5$;	$(x^2)^2$;	a^5a^5;	$(b^3)^3$;
$x^2x^3x^4$;	$a^n a^m$.	$b^5:b^2$;	$(ab)^5$

72. Туюнтмалардын маанисин эсепте:

а) 2^2; б) 2^4; в) 2^5; г) 2^{10}.

73. Сандарды даража түрүндө жаз:

а) 4; б) 8; в) 16;

г) 32.

74. Операцияларды аткар:

$(x^2)^3\cdot(x^3)^5$; $(a^2)^3\cdot(a)^2$; $(x^2)^5\cdot(x^5)^2$; $x^3\cdot(x)^5$;

$(a^3)^2\cdot a^5$; $(m^2m^3)^4$; $(x^4x)^2$.

$(a^2)^4$; $a^3\cdot(a^3)^2$; $(a^5)^2\cdot(a^2)^2$;

$(a^3)^3\cdot(a^3)^3$; $(a^3a^3)^2$; $(aa^6)^3$.

$x^5\cdot(x^2)^3$; $(x^3)^4\cdot x^8$; $(x^4)^2\cdot(x^5)^3$.

75. Сандарды даража түрүндө жаз. Негиздери кандай болушу мүмкүн?

625; 81; 121; 144; 225; 900; 169; 196;
256; 289.

Өзүңдү текшер!

А мамычасындагы ар бир түшүнүктүн Б мамычасындагы тиешелүү аныктамасын тап:

1. ________ 4. ________

2. ________ 5. ________

3. ________ 6. ________

А	Б
1. Натуралдык көрсөткүчтүү даража 2. Негиздери бирдей болгон даражалардын көбөйтүндүсү 3. Негиздери бирдей болгон даражалардын тийиндиси 4. Ар кандай a жана b сандары үчүн ab көбөйтүндүсүнүн n натуралдык көрсөткүчтүү даражасы 5. Кандайдыр бир a^m даражасынын n-чи даражасы 6. Ар кандай бөлүмү $b \neq 0$ болгондогу $\frac{a}{b}$ бөлчөгүнүн n натуралдык даражасы	а) көрсөткүчү көбөйтүүчүлөрдүн көрсөткүчтөрүнүн суммасына барабар болгон даражага барабар. б) ошол a жана b сандарынын n көрсөткүчтүү даражаларынын көбөйтүндүсүнө барабар. в) көрсөткүчү берилген көрсөткүчтөрдүн айырмасына барабар болгон даража менен туюнтулат. г) көрсөткүчү ошол m жана n көрсөткүчтөрүнүн көбөйтүндүсүнө барабар болгон негизинин даражасы менен туюнтулат. д) көрсөткүчү ошол n саны болгон, берилген бөлчөктүн алымындагы жана бөлүмүндөгү туюнтмалардын даражаларынын тийиндиси менен туюнтулат. е) Ар бири a га барабар болгон n көбөйтүүчүлөрдүн көбөйтүндүсү (мында $n>1$).

III ГЛАВА

БИР МҮЧӨ ЖАНА КӨП МҮЧӨЛӨР

Түйүндүү түшүнүктөр:

1. Бир мүчө, анын стандарттык түрү жана даражасы.
2. Бир мүчөлөр менен болгон амалдар.
3. Көп мүчө жана анын стандарттык түрү.
4. Көп мүчөлөрдү кошуу жана кемитүү.
5. Көп мүчөлөрдү көбөйтүү.
6. Кыскача көбөйтүүнүн формулалары.
7. Көп мүчөлөрдү көбөйтүүчүлөргө ажыратуу.

3.1. Бир мүчө

Сан жана өзгөрүлмөлүү туюнтмалар сан жана тамгалардан, амалдардын белгилеринен түзүлөрү сага белгилүү.

3.1.-аныктама.

Кошуу, кемитүү, көбөйтүү, бөлүү, даражага көтөрүү, тамырдан чыгаруу амалдарынын белгилери катышкан өзгөрүлмөлүү туюнтма **алгебралык туюнтма** деп аталат.

Алгебралык туюнтма ага кирген амалдарга жараша ал ар кандай атка ээ.

1. Төмөнкү туюнтмалардын айырмачылыгын аныктап көр:

xy; $5ab$; c^2+b; $2d-4$; z^3b^4; $8m^2n^2$; $\frac{1}{2}ac$.

Ооба, кээ бир туюнтмаларда кошуу жана кемитүү амалдары катышкан: c^2+b, $2d-4$. Калган туюнтмаларда көбөйтүү амалы гана берилген: xy, $5ab$, z^3b^4, $8m^2n^2$, $\frac{1}{2}ac$ (даражалар да көбөйтүүдөн келип чыгат). Ар бир туюнтманын көбөйтүүчүлөрүн айт.

3.2.-аныктама.

Өзгөрүлмөлөргө карата бир гана **көбөйтүү амалы** орун ээлеген (анын ичинде даражага көтөрүү да бар) алгебралык туюнтма **бир мүчө** деп аталат.

Алгебралык туюнтманын сан көбөйтүүчүсү коэффициент деп аталаары жана жазылыш орду 1.2. пунктта көрсөтүлгөн. Демек, бир мүчөнүн коэффициенттери да болот. Төмөнкү бир мүчөлөрдүн коэффициенттерин атап чык: $5ab$; $0{,}2b^2c^3$; $10abc$; $7d^2m$; mn. Акыркы бир мүчөнүн коэффициенти канчага барабар? Ооба, *mn* бир мүчөнүн коэффициенти 1ге барабар. Адатта, **1 деген коэффициент жазылбайт.**

3.3.-аныктама.

Бир мүчөнүн сан көбөйтүүчүсү коэффициент деп аталып, биринчи орунга жазылат. Бир мүчөнүн мындай түрү анын **стандарттык жазылышы** деп аталат.

Өзгөрүлмөсү жок сандуу туюнтманы да бир мүчө десе болот. Мисалы, $(-1)^2$; 5; -0,8; $10\cdot 2$ - бир мүчөлөр, анткени, алардын ар бирин бир менен болгон көбөйтүндү түрүндө жазса болот: $(-1)^2\cdot 1=(-1)^2$, $5=5\cdot 1$ ж.б.

Бир мүчөнүн дагы бир мүнөздөөчүсү бар – анын даражасы. Ал төмөнкү аныктама менен берилет:

3.4.-аныктама.

Бир мүчөнүн даражасы деп өзгөрүлмөлөрдүн даража көрсөткүчтөрүнүн суммасы аталат. Мисалы, $7a^2b^3$ – бир мүчөсүнүн даражасы 5 болот.

Мисалы, $-8x^5y^7$ бир мүчөсүнүн даражасы 12ге барабар (түшүндүр).

Бир мүчөлөр **окшош** жана **окшош эмес** деп мүнөздөлүшөт.

Төмөнкү бир мүчөлөрдү талдап, мүнөздөп көр.

$$2ab;\ 5ab^2;\ 3a^2b;\ 10ab;\ 7ab^2;\ 8a^2b;\ 9ab.$$

Эмнени байкадың? Ооба, кээ бир мүчөлөр коэффициенттери менен гана айырмаланып, калган өзгөрүлмөлүү көбөйтүүчүлөр бирдей жана көрсөткүчтөрү да окшош.

Аларды топтойлу:

а) 2ab, 10ab, 9ab; б) $5ab^2$, $7ab^2$; в) $3a^2b$, $8a^2b$.

Байка – а) пункутта *ab* бир мүчөнүн коэффициенттери 2, 10, 9. б), в) дагы коэффициенттерди жана өзгөрүлмөлөрдү атап бер. Ар бир топтогу бир мүчөлөр – окшош мүчөлөр болушат.

3.5.-аныктама.

Өзгөрүлмөлөрү, алардын көрсөткүчтөрү бирдей болуп, коэффициенттери менен гана айырмаланган бир мүчөлөр **окшош мүчөлөр** деп аталышат.

Окшош мүчөлөрдү кошууга жана кемитүүгө болот, анткени, коэффициенттер бир мүчөнүн санын билдирет. Мисалы, 2ab бир мүчөсү бул ab+ab суммасынын туюнтулушу: ab+ab=2ab. Мындан бир мүчөлөр менен болгон дагы бир операция келип чыгат: туюнтманын **окшош мүчөлөрүн келтирүү.**

Карап көр: 10mn+2mn-3mn=9mn. Жыйынтыктын келип чыгышын түшүндүр. Ооба, окшош мүчөлөрүн келтирүүдө алардын коэффициенттери менен кошуу же кемитүү амалдары аткарылат, б.а. сандар менен сага белгилүү операциялар аткарылат.

Мисал: -15+7+3-2-4+10 туюнтмасынын маанисин эсептөөдө ирети менен амалдарды аткаруу же адегенде алдында «+» белгиси бар кошулуучулардын, андан кийин «-» белгиси бар кошулуучулардын суммасын айрым-айрым эсептеп, алардын модулу чоңунан модулу кичинесин кемитип, келип чыккан айырмага модулу чоңунун белгисин коюу жетиштүү:

$$-15-2-4=-21; \qquad 7+3+10=20.$$

Мындан,

$$-15+7+3-2-4+10=-21+20=-1.$$

3.1. – эреже.

Туюнтманын окшош мүчөлөрүн келтирүү үчүн алардын коэффициенттеринин үстүнөн кошуу жана кемитүү амалдарын аткаруу керек: бирдей белгидеги окшош мүчөлөрдүн коэффициенттери кошулуп, суммасы ошол эле белги менен алынат; окшош мүчөлөрдүн белгилери бирдей эмес болсо, коэффициенттердин модулу чоңунан модулу кичинесин кемитип, айырма модулу чоңунун белгиси менен жазылат.

Мисалы, $2a+10a=12a$; $-3b-5b=-8b$; $10m-2m=8m$; $-15c+13c=-2c$.

Көнүгүүлөр

2. Тиешелүү операцияларды аткар:

$-25-10$; $-100+20$; $30-40-20+100+70$;

$500+300-800-200+100$; $25+75-100$.

3. Туюнтмалардын окшош мүчөлөрүн келтир. Оозеки эсепте:

$-5m-12m$; $2b-10b$; $7x^2-2x^2-x^2$;

$100a-99a$; $-3k-7k$; $4a-9a-7a$.

4. Бир мүчөлөр берилсин:

$-3xy^2$; $-4ab$; $3xy$; $6a^2$; $6b^2$; ab; $-3xy$; $-a^2$; $6xy$.

Окшош мүчөлөрдү көчүрүп жаз.

5. Бир мүчөлөргө окшош экиден бир мүчө жаз:

$10ab$; $8a^2b^2c^2$; $9ab$; $12ab^2$.

3.2. Бир мүчөлөрдү көбөйтүү жана даражага көтөрүү

Бир мүчөнүн аныктамасы боюнча андагы көбөйтүү амалы жана анын түрү болгон даражалар да катышат. Андыктан, бир мүчөлөрдү көбөйтүү жана даражага көтөрүү операциялары алардын закондоруна жана касиеттерине баш ийет: көбөйтүүнүн орун алмаштыруу, топтоштуруу закондору, даражаларды көбөйтүү, даражаны даражага көтөрүү ж.у.с.

Мисалы, $5a^2bc \cdot 4ab^3c^2$ көбөйтүндүнү табуу талап кылынсын. Жогоруда айтылган закондорду, касиеттерди пайдаланабыз (аларды атап бер):

$5a^2bc \cdot 4ab^3c^2 = (5 \cdot 4) \cdot (a^2 \cdot a) \cdot (b \cdot b^3) \cdot (c \cdot c^2) = 20a^3 b^4 c^3$.

Адатта, эсептөөлөр оозеки аткарылат.

Байка: $7m^2 n^3 \cdot 2mn^5 = 14m^3 n^8$.

Бир мүчөнү даражага көтөрүү операциясын байкап түшүндүр:

$(2x^2 y^3 z^4)^3 = 2^3 (x^2)^3 (y^3)^3 (z^4)^3 = 8x^6y^9z^{12}$.

Даражага көтөрүүнүн кайсы эрежелерин пайдаландың?

Мында деле эсептөөнү оозеки жүргүзсө болот.

3.2.-эреже

Бир мүчөлөрдү көбөйтүүдө алардын коэффициенттерин көбөйтүп, бирдей өзгөрүлмөлүүлөрдүн даража көрсөткүчтөрүн кошуу керек.

3.3. - эреже.

Бир мүчөнү даражага көтөрүү үчүн анын коэффициентин жана ар бир өзгөрүлмөнү ошол даражага көтөрүү керек.

Мисалы: $(3a^2b^3)^4=81a^4b^{12}$. Түшүндүр.

Көнүгүүлөр

6. *m, n, t* тамгаларын катыштырып 5 бир мүчө жаз.

7. Туюнтмаларды жөнөкөйлөтүп, стандарттык түргө келтирип, ар биреөнүн даражасын аныкта:

$3b^4 (-5) bc^3$; $-7a \cdot 5a^2$; $(3a^2)^3$;

$5a^2bc(-6a^2b^5)$; $4ab\cdot(-3a^2bc)$; $-12\,a^3b^2c^8$;

$\frac{1}{2}ab\cdot 4a^2b$; $8a^3:0{,}5a$; $m^5m^2:m^4$;

$xyz(xyz)^2$; $(4ab)^2\cdot(2a^2b)^3$; $3x^2\cdot 4b^2$.

8. Туюнтманы бир мүчөнүн стандарттуу түрүнө келтир:

$(7ab)^2$, $5ab\cdot 2a^2k^{10}b$, $(-3m^2n^2)^3\cdot(-2mn)^2$.

9. Сандарды даража түрүндө жаз:

а) 8; 9; 27; 36; 49; 64; 100;

б) -81; -121; -64; -32; -144.

10. Туюнтмалардын белгилерин жана даражаларын аныкта:

$(-5a)^3$; $(7x^2y^2)^2$; $(-2{,}7)^4$; $(-2{,}7)^3$.

11. Амалдарды аткар:

$-2{,}9a^2b$; $3\cdot 4k^2(-2ab)^3$; $8xy(-2x^2y^5)^2$.

12. Бир мүчөлөрдүн даражасын аныкта;

$2x^2y$; $9ab^2c$; $7mn^5$; $9m^2l^3$; $10x$.

13. *a, b, k* тамгалары бир мүчө боло алабы? Эгерде болсо, анда коэффициенттери канчага барабар?

14. Бир мүчөлөрдү стандарттык түргө келтир:

$axbx$; $2a(-7xa)$; $4\cdot 2\cdot 10a^2ab^3b$;

$(8ab)^2\,2a$; $\frac{1}{2}xyxy$; $5\cdot 0{,}2\,(abc)^2$.

15. Туюнтмалардын окшош мүчөлөрүн келтир:

$15a+15b-15a-30b$; $10mn-8mn-5mn+2mn$;

$3k-10k+3c-10c$; $7ab+8ab-20ab$.

3.3. Көп мүчө

Бир мүчө деп аталган алгебралык туюнтмаларды көбөйтүү жана даражага көтөрүү жана окшош мүчөлөрүн келтирүү операцияларын аткаруу процессин көрдүң. Ал эми алардын үстүнөн кошуу, кемитүү же бөлүү операцияларын аткарууга болобу? Ооба, болот. Бирок, келип чыккан жаңы алгебралык туюнтмалар өзүнчө аталат.

3.6. - аныктама

Чектүү сандагы **бир мүчөлөрдүн суммасы көп мүчө** деп аталат.

Мисалы: $2ab+5a^2b+6abc+10ab^2$; $2a-5c$; $4a+5b$; a^2+2abc;

$\frac{1}{2}ab+2abc$; $\sqrt{36}\,ab+\frac{bc}{8}$

Көңүл бур:

1) Көп мүчө бөлчөк түрүндө болбойт, анткени ал бир мүчөлөрдөн түзүлөт, ага көбөйтүү гана катышат;

2) Көп мүчөдө кемитүү катышса, аны кошуу менен алмаштырса болот.

Мисалы: $2a-5c=2a+(-5c)$.

Демек, **көп мүчөдө** «минус» белгиси катышса да, ал көп мүчө сумма деп аталат. Көп мүчөдө окшош мүчөлөр болушу мүмкүнбү? Мүмкүн.

$5ab+7ab^2-9ab+a^2b-9a^2b+10ab^2$ көп мүчөсүн алалы. Окшош мүчөлөрүн тап. Аларды келтирүү операциясын жүргүзүп көр. Аларды келтирүү операциясын жүргүзүп, көп мүчөнү жөнөкөйлөтүү керек. Окшош мүчөлөрүн бирдей сызык менен белгилейли. Анда төмөндөгүнү алабыз:

$$\underline{5ab}+7ab^2-\underline{9ab}+\underline{\underline{a^2b}}-9\,\underline{\underline{a^2b}}+10\,ab^2.$$

Окшош мүчөлөрдү бөлүп жазып, келтирүү операциясын жүргүзөлү:

$5ab-9ab=-4ab$; $7ab^2+10\,ab^2=17ab^2$; $a^2b-9\,a^2b=-8a^2b$.

Берилген туюнтма жөнөкөйлөтүлүп, төмөнкү түргө келтирилет:

$$5ab+7ab^2-9ab+a^2b-9\,a^2b+10\,ab^2=-4ab+17ab^2-8a^2b.$$

Адатта, окшош мүчөлөрдүн асты сызылып белгиленип, мүмкүн болгон жерде эсептөөлөр оозеки жүргүзүлөт же төмөнкүчө топтолуп, операциялар аткарылат:

3ab+3bc+4ab-2bc+4ac-2ab-10ac=(3ab+4ab-2ab)+(3bc-2bc)+(4ac-10ac)=5ab+bc-6ac

(өзүңө ыңгайлуу жолду танда).

Көп мүчөнүн жөнөкөйлөтүлгөн түрү анын стандарттуу формасы деп аталат.

3.7. – аныктама

Көп мүчөнүн ар бир мүчөсүн стандарттуу түргө айландыруу, окшош мүчөлөрүн келтирүү операцияларынан келип чыккан алгебралык туюнтма анын **стандарттуу формасы** деп аталат.

3.3.-эреже

Көп мүчөлөрдү стандарттуу түргө келтирүү үчүн тиешелүү операцияларды – окшош мүчөлөрдү келтирүү, коэффициенттерин бөлүп алдыга чыгаруу, даражага көтөрүү ж.б. аткарылат.

3.8. – аныктама

Көп мүчөдөгү бир мүчөлөрдүн санына жараша ал эки мүчө, үч мүчө ж.б. деп конкреттештирилет. **Эки мүчөнү бином** деп да аталат.

Мисалы: a+b – эки мүчө же бином. a+b+c – үч мүчө ж.б.

3.9. – аныктама

Көп мүчөнү экинчи көп мүчөгө бөлүүдөн келип чыккан тийинди, б.а. өзгөрүлмө бөлүмдө да болсо, анда ал **алгебралык бөлчөк** деп аталат.

Мисалы, $\frac{ab+k}{a^2+1}$; $\frac{mn+l}{mn-l}$; $\frac{a^2-b^2}{a-b}$ - туюнтмалары алгебралык бөлчөктөр.

Азырынча биз **көп мүчөлөр менен гана түрдүү операцияларды** жүргүзөбүз!

3.10. – аныктама

Көп мүчөнүн даражасы катарында ага кирген бир мүчөлөрдүн даража көрсөткүчтөрүнүн эң чоңу алынат.

Мисалы, $14a^5+12a^7+1$ – үч мүчөсүнүн даражасы 7ге барабар.

Көнүгүүлөр

16. Бир мүчөгө 3 мисал, көп мүчөгө 3 мисал жаз.

17. Тактап айт: бир мүчө жана көп мүчөдө кандай амалдар катышат? Кайсы амал каралган алгебралык туюнтмага кире элек?

18. $ab+bc$, $a-b+c$, $m+n$, $ax^2+bx+c+d$ - туюнтмаларын ар биреөндөгү бир мүчөлөрүнүн санына жараша ат коюп көр.

19. Тиешелүү операцияларды колдонуп,

а) көп мүчөнү сумма түрүндө жаз: $12xy-4x^2y-5xy^2$;

б) көп мүчөнү кашаасыз жаз: $(-ab)+(-2ay)+(-7by)$.

20. *a, b, c* тамгаларын пайдаланып, ар түрдүү 4 көп мүчө түз.

21. Көп мүчөнүн ар бир мүчөсүн атап, даражасын аныкта.

а) $-7x^5+y^4-6y+45$;   б) $35ab+ab^2-a^2b$.

22. Көп мүчөлөрдү стандарттуу түргө келтир:

а) $5x^4+6x-7x^2-8x^4+15x$;

б) $3a^3+a^2-19-3a^2+a^3-a$;

в) $15ab^2-b^3-6ab^2+3a^2b+5ab^2+2b^3$;

г) $5x^2-ax^2-a^2x^2+ax^2+ax^3+2a^4$;

д) $-18p^4+12p^3-4p^4-18p^2+3p^2$;

е) $2a^2+a^2-5a^2+a^3-a$;

ж) $2ab+7ab+4mn+8mn+ml$;

з) $2ab+(-3ax)+10ab-9a^3x^3+c$;

и) $\frac{1}{2}a^2-1\frac{1}{2}a^2b^2-10a^2b^2$;

к) $2ab+(-7ab^2)+9a^2b+(-12ab)$;

л) $10mn+(-2mn)+4m^2n^2$.

23. Көп мүчөнүн даражасын аныкта:

а) $18x^4y+15x^2y^3-11$; б) $xy+yz+xz+1$; в) $mn^5+7m^{10}+5n^2$; г) $\frac{1}{2}ab+5a^2b$.

3.4. Көп мүчөлөрдү кошуу жана кемитүү

Көп мүчө бир мүчөлөрдүн суммасы болгондуктан, ага башка көп мүчөнү кошуу операциясы аткарылат. Анын негизинде үчүнчү бир көп мүчө пайда болот.

Мисалы, $(2a+3bc+d)+(5a-7bc+k)$ алгебралык туюнтма кашаалардагы эки көп мүчөнүн суммасы.

Кошуунун закондорунун негизинде (атап бер!) жана сага мурдатан белгилүү болгон кашааны ачуу эрежеси боюнча суммадагы көп мүчөнү кашааларсыз жазып, стандарттуу түргө келтиребиз. **Кашаанын алдында «+» белгиси турса, кашаадагы бир мүчөлөр өздөрүнүн белгилери менен жазылат.**

Төмөнкү операцияларды түшүндүр:

$$(2a+3bc+d)+(5a-7bc+k)=\underline{2a}+\underline{3bc}+d+\underline{5a}-\underline{7bc}+k=7a-4bc+d+k$$

(асты сызылган бир мүчөлөр кандайча аталат? Алар менен кандай операцияны аткардың?)

Эки көп мүчөнү «-» белгиси менен топтосок, алардын айырмасы болгон жаңы көп мүчө келип чыгат.

Мисалы: $(5a+9b-c)-(10a+10b-5c)$.

Көңүл бур: **кашаалардын алдында «-» белгиси турса, көп мүчөнү кашаасыз жазганда, алардагы бир мүчөлөрдүн белгилери карама-каршысына өзгөрөт:**

$(5a+9b-c)-(10a+10b-5c)= 5a+9b-c-10a-10b+5c=-5a-b+4c$ (түшүндүр!)

3.4. – эреже

Көп мүчөлөрдүн суммасы же айырмасы болгон жаңы көп мүчөнү стандарттык түргө келтирүү үчүн тиешелүү операцияларды (кашааларды ачуу, окшош мүчөлөрдү келтирүү ж.у.с.) аткаруу керек.

Көнүгүүлөр

Амалдарды аткар:

24. $(5m^2+14m-7)+(m^2+7m)$;
25. $(10c+8b+6)-8\cdot(c-b+1)$;
26. $(xy+yz+xy+10)+(8xy+2yz+5xz)$;
27. $(7y^2-9)-(7y^2-y+5)$;
28. $(0,5a+0,2b)-2\cdot(2a-8b)$;
29. $-(2a+3b+4c)-(a+10c)$;
30. $(x^2+2xy+y^2)+(x^2-2xy+y^2)-(x^2+y^2)$;
31. $(a^3+3ab^2)-(2a^3-6ab^2)$;
32. $(a^2+b^2)-(a^2-b^2)$.

3.5. Көп мүчөлөрдү көбөйтүү

$(a+b)\cdot c=c\cdot(a+b)=ac+bc$ – формуласы эмнени түшүндүрөт?

Бул … амалына карата көбөйтүүнүн … закону деп аталат. Сүйлөмдү толуктап, тиешелүү операцияларды айт.

Формуланын жыйынтыгын төмөндөгү мисалга пайдаланып, эреже чыгарып көр:

$$(6a+5b-2c)\cdot 2ab=12a^2b+10ab^2-4abc.$$

3.5.-эреже

Ооба, бул көп мүчөнү бир мүчөгө көбөйтүү. Аны аткарыш үчүн көп мүчөнүн ар бир мүчөсүн бир мүчөгө көбөйтүү керек.

Көп мүчөнү санга көбөйтүүдө да ушул эрежеге таянабыз, анткени санды да бир мүчө деп алса болот.

Мисалы, $(4a+5b-3c)\cdot 2=8a+10b-6c$;

$(-5)(a+b-c)=-5a-5b+5c$.

Байка: 5тин «-» белгиси көбөйтүндүлөрдүн белгилерин өзгөрттү. Бир мүчө көбөйтүндүсү көп мүчөдөн мурда же кийин турушу мүмкүн (түшүндүр).

а) Көбөйтүүнү түшүндүр, белгилерге атайы көңүл буруп, эреже чыгарып көр:

$$-5x(10x^2+y-2)=-50x^3-5xy+10.$$

б) Көбөйтүүнү улант.

$$(8a^2+9b^2+2ab-a)\cdot(-3b)=-24a^2b-...$$

в) Көп мүчөлөрдү көбөйтүү операциясын түшүндүрүп, эреже чыгарып көр:

$$(2a+3b-c)\cdot(a+b)=2a^2+\underline{3ab}-ac+\underline{2ab}+3b^2-bc=2a^2+5ab+3b^2-ac-bc.$$

3.6. – эреже

Көп мүчөнү көп мүчөгө көбөйтүү үчүн **биринчи көп мүчөнүн ар бир мүчөсүн экинчи көп мүчөнүн ар бир мүчөсүнө** көбөйтүп, көбөйтүндүлөрдү стандарттуу түрдө жазып, окшош мүчөлөргө келтирүү операцияларын аткаруу керек.

Келип чыккан алгебралык туюнтма да көп мүчө болот.

3.11.-аныктама.

Көп мүчөнү көп мүчөгө же бир мүчөгө көбөйтүүдө кашаадан кутулабыз, андыктан ал **кашааларды ачуу** операциясы деп аталат.

Көнүгүүлөр

33. Амалдарды аткар:

а) $(a+b)\cdot(b+c)$; д) $a+b(a-b)-(a-b)(a+b)$; и) $(-a+x)\cdot(-12-y)$;

б) $(3x+bx+c)\cdot(b+c)$; е) $-10a(2a+3c)$; к) $(a-b)\cdot(x+y)$;

в) $2abc(5abc-7ab)$; ж) $(a^2-2ab+b^2)-(a-b)\cdot(a-b)$; л) $(x+10)\cdot(y-2)$;

г) [illegible]; з) $(7x+77)\cdot(-3xy)$; м) $(x+m)\cdot(y+n)$;

34. Даражаларды көбөйтүндү түрүндө жаз:

a^2, b^4, c^3, $(x+c)^2$, $(a-b)^3$, $(2b+3c)^4$.

3.6. Кыскача көбөйтүүнүн формулалары

Кээ бир алгебралык туюнтмаларды же алардын көбөйтүндүлөрүн алдын ала белгилүү түргө келтирип алуу ыңгайлуу болуп, эсептөөлөрдү жеңилдетет. Мисалы, $(a+b)^2$ даражасын $(a+b)(a+b)$ деп жазып алып (түшүндүр), көп мүчөнү көп мүчөгө көбөйтүү эрежесинин негизинде төмөнкүгө келебиз:

$$(a+b)(a+b)=a^2+ba+ab+b^2= a^2+2ab+b^2$$

Мындан, $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ барабардыгын алабыз. Анын сол жагын – a жана b өзгөрүлмөлөрдүн суммасынын квадраты, кыскача – **сумманын квадраты** дейли. Барабардыктын оң жагы – үч мүчө. Байка, анын мүчөлөрү кайсылар?

$$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2 \qquad (1)$$

Барабардыкты (1) деп белгилеп, төмөнкү эреже менен туюнталы.

3.7.-эреже

Сумманын квадраты – бул биринчи кошулуучунун квадраты (**a^2**) – плюс – кошулуучулардын эки эселенген көбөйтүндүсү (**2ab**) – плюс – экинчи кошулуучунун квадраты (**b^2**).

(1) барабардыгы кыскача көбөйтүүнүн 1-формуласы. Түшүндүр – эмне үчүн ал ушундайча аталып калды?

Кошулуучулар a жана b тамгалары менен белгиленди.

Ал эми алар ар кандай болушу мүмкүн. Төмөнкү операцияларды түшүндүр:

$$(3k^2+4c^3)^2=(3k^2)^2+2\cdot(3k^2\cdot 4c^3)+(4c^3)^2=9k^4+24k^2c^3+16c^6.$$

Демек, a жана b нын ордуна ар кандай бир мүчөлөр алынган экен!

Кыскача көбөйтүүнүн формулалары деп төмөндөгү барабардыктар аталат:

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2 \qquad (1)$$
$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2 \qquad (2)$$
$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 \qquad (3)$$
$$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3 \qquad (4)$$
$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2 \qquad (5)$$
$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3 \qquad (6)$$
$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3 \qquad (7)$$

Кыскача көбөйтүүнүн формулаларынын ((1)нен башкасынын) келип чыгышын төмөндөгү тапшырмалардан көрсөт:

35. Айырманын квадратын эсепте. (2)-формуланы кара).

Ал кандай үч мүчөгө барабар болду? Аны мүнөздөп бер.

Тиешелүү эрежени айтып көр.

36. (3) – формуланын келип чыгышын түшүндүр.

Ал үчүн $(a+b)^3=(a+b)^2\ (a+b)=(a^2+2ab+b^2)(a+b)$ – деп жазып алып, тиешелүү операцияларды аткар (алар кайсылар?). Тиешелүү эрежени чыгарып көр.

$(a+b)^3$ – бул сумманын …

Сүйлөмдү толукта.

37. (4) – формуланын келип чыгышын ушул сыяктуу кылып түшүндүр.

$(a-b)^3$ – бул … кубу. Сүйлөмдү толукта. Тиешелүү эрежени чыгар.

38. (5)-формуланы түшүндүр: барабардыктын сол жагында бирдей бир мүчөлөрдүн суммасынын жана айырмасынын көбөйтүндүсү. Көбөйтүүнү аткарып, окшош мүчөлөргө келтир. a^2-b^2 – туюнтмасын алдык. Аны кандай атасак болот?

Ооба, a^2-b^2 – **квадраттардын айырмасы.**

Анда айырманын квадраты кандай жазылат?

(5) формуланы $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ деп жазса да болот. Түшүндүр.

39. (6), (7) - формулаларды түшүндүр.

a^3+b^3- бул кубдардын суммасы.

a^3-b^3- … айырмасы.

Булардын жазылышын да (5) дегидей өзгөртүп, төмөнкүдөй жазса болот:

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$
$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

40. Туюнтмалардан квадраттардын айырмасын ата.

$(x+y)^2$, x^2-y^2, $(m+n)^3$, $\boxed{m^3+n^3}$ (a^2+b^2) m^2-l^2.

41. Ар бир туюнтманы атап чык:

$(k-c)^3$; a^3-b^3; $(a+b)^2$; a^2+b^2; $(a-b)^2$.

42. Үлгүлөрдү түшүндүр:

а) $(3a^3-5b^2)^2=(3a^3)^2-2(3a^3\cdot 5b^2)+(5b^2)^2=9a^6-30a^3b^2+25b^4$.

б) $2m(m+n)(m+n)=2m(m+n)^2=2m(m^2+2mn+n^2)=2m^3+4m^2n+2mn^2$.

в) $2a(a-b)(a+b)-5a^3+7b^2=2a(a^2-b^2)-5a^3+7b^2=2a^3-2ab^2-5a^3+7b^2=-3a^3-2ab^2+7b^2$.

Көнүгүүлөр

43. Кыскача көбөйтүүнүн формулаларын пайдаланып, тиешелүү теңдеш өзгөртүп түзүүлөрдү жүргүз.

а) $(2+x)^2$, $(8-y)^2$, $(4x+3y)^2$, $(x-y)^2$, $(b+3)^2$, $(y-9)^2$, $(10-c)^2$, $(p+d)^2$.

б) $(3+a)^3$, $(5a+2b)^3$, $(2a-3b)^3$, $(m-2n)^3$, $(9-x)^3$, $(c-3)^3$.

в) $(0{,}2+x)^2$, $(0{,}5-a)^2$, $(\frac{1}{2}-d)^2$, $(\frac{2}{3}a+2k)^2$, $(-5+x)^2$, $(-n-2)^2$, $(-y+4)^2$.

44. Көбөйтүндүлөрдү көп мүчө түрүндө жаз:

$3(x-2)(x+2)$	$(70-3)(70+3)$	$(3c^2+1)(3c^2-1)$
$y(y-5)(y+2)$	$(n-5m)(n+5m)$	$(\frac{5}{6}-p4)(\frac{5}{6}+p4)$
$-3b(b-5)(b+5)$	$(2a-3b)(2a+3b)$	$(0{,}7m-n^2)(0{,}7m+n^2)$
$(a^2-1)(a^2+1)$	$(7c-9d)(7c+9d)$	$(100-1)(100+1)$

45. Теңдемелерди чыгар:

$8n(1+2n)-(4n+3)(4n-3)=2n$; $(6m-5)(6m+5)-4m(9m+2)=1$;

$y-3y(1-12y)=11-(5-6y)(6y+5)$; $(9-16p)p=-40+(7-4p)(7+4p)$.

46. Көбөйтүндүлөрдү квадраттардын айырмасы түрүндө жаз:

$(8c+9d)(8c-9d)$; $(d^2+c^4)(d^2-c^4)$; $(12a^4-7x)(-12a^4-7x)$;

$(10x-7y)(10x+7y)$; $(p-7)(p+7)$; $(n^2+1)(-n^2+1)$;

$(4+y^2)(y^2-4)$; $(0{,}7x+y^2)(0{,}7x-y^2)$; $(\frac{3}{7}m^3+\frac{1}{4})(\frac{1}{4}-\frac{3}{7}m^3)$;

$(1-\frac{2}{3}c^2)(1+\frac{2}{3}c^2)$; $(0{,}8b^2-1)(1+0{,}8b^2)$.

(Кээ би[illegible]алдарда адегенде экинчи кашаадан «минусту» чыгарып а[illegible] Алар кайсылар?)

47. Көбөйтүү амалдарын аткар. Кыскача көбөйтүүнүн формулаларын кандайча пайдаланасың?

$(2a+5b)(4a^2-10ab+25b^2)$; $(a^2-b^2)(a^4+a^2b^2+b^4)$;

$(m-n^2)(m^2+mn^2+n^4)$; $(5k-3c)(25k^2+15kc+9c^2)$;

$(m+8l)(m^2-8ml+64l^2)$; $(a+b)(a^2-ab+b^2)$.

3.7. Көп мүчөлөрдү көбөйтүүчүлөргө ажыратуу

Алгебралык туюнтмалардын арасынан көп мүчөлөрдүн көбөйтүндүлөрүн жаз:

mp^2+qp+l; $a+b$; $(k+c)(k+b)$; $b-c$; $(a+b+c)(b+c)$; ax^2+bx+c.

Ооба, (k+c)(k+b) жана (a+b+c)(b+c) туюнтмалары көп мүчөлөрдүн көбөйтүндүлөрү: биринчисинде көбөйтүүчүлөр - (k+c) жана (k+b) эки мүчөлөрү; ал эми экинчисинде көбөйтүүчүлөр – үч мүчө жана эки мүчө. Алар кайсылар?

Тескерисинче, көп мүчөнү көбөйтүндү түрүндө жазса болобу?

Болот! Ал ар кандай операциялар менен ишке ашат. Карап көр.

а) Жалпы көбөйтүүчүнү кашаанын сыртына чыгаруу.

Бул операция көбөйтүүнүн бөлүштүрүү законунан келип чыгат: $c(a+b)=ac+bc$ барабардыгын солдон оңду көздөй жазсак $ac+bc= c(a+b)$ барабардык келип чыгат, б.а. ac жана bc кошулуучулардын *c* жалпы көбөйтүүчүсү кашаанын сыртына чыгарылды.

Мисалы: $15a^3-3a^2=3a^2(5a-1)$. Түшүндүр.

б) Кыскача көбөйтүүнүн формулаларын пайдалануу.

Кыскача көбөйтүүнүн формулаларынын оң жагындагы туюнтмаларын мурда жазсак төмөндөгүлөрдү алабыз:

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2 \quad (1)$$

$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2 \quad (2)$$

$$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=(a+b)^3 \quad (3)$$

$$a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=(a-b)^3 \quad (4)$$

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b) \quad (5)$$

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2) \quad (6)$$

$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2) \quad (7)$$

Карап көр: барабардыктардын сол жагында эки мүчөлөр, үч мүчөлөр, төрт мүчөлөр берилип, оң жагында аларга тиешелүү түрдө барабар болгон **көбөйтүндүлөр** жайланышкан.

Андыктан, кээ бир көп мүчөлөрдү оң жактагы көбөйтүндүлөр келип чыккандай туюнтмаларга өзгөртүп түзсө болот.

Үлгүлөрдү түшүндүр:

1) $a^6-4=(a^3)^2-2^2=(a^3-2)(a^3+2)$;

2) $a^2+10a+25=a^2+2\cdot5a+5^2=(a+5)^2$;

3) $4x^4y^3+16x^3y^4+16x^2y^5=4x^2y^3(x^2+4xy+4y^2)=4x^2y^3(x+2y)^2$.

Кара: мурда жалпы көбөйтүүчүнү кашаанын сыртына чыгарып алып, кашаада калган үч мүчөнү эки мүчөнүн квадраты түрүндө туюнттук.

в) Кошуунун орун алмаштыруу жана топтоштуруу закондору боюнча туюнтманы ар кандай топторго бөлүштүрүү аркылуу көбөйтүндү түрүнө келтирүү.

1) $a^3-3a^2+5a-15=(a^3-3a^2)+(5a-15)=a^2(a-3)+5(a-3)=(a-3)(a^2+5)$.

2) $m^2-7mn+12n^2=m^2-3mn-4mn+12n^2=(m^2-3mn)-(4mn-12n^2)=m(m-3n)-4n(m-3n)=(m-3n)(m-4n)$.

Кара: $-7mn=-3mn-4mn$ деп жазып алдык.

3) $20x^2+3yz-15xy-4z=(20x^2-15xy)+(3yz-4z)=5x(4x-3y)-z(4x-3y)=(4x-3y)(5x-z)$.

Кара: бирдей өзгөрүлмөсү бар бир мүчөлөрдү өзүнчө топтоп, экинчи кашаанын алдындагы белгини өзгөрттүк.

Демек, көп мүчөнү көбөйтүндүгө айландырууда ар кандай операцияларды аткаруу керек.

Тапшырмалар

48. Кыскача көбөйтүүнүн формулаларын пайдаланып эсепте:

а) $7\frac{1}{2}\cdot6\frac{1}{2}$; б) $11\frac{3}{4}\cdot12\frac{1}{4}$.

49. Туюнтмалардын маанилерин тап:

1) $a^2(a+b^2)(a^4-b^{10})(a^2-b)$ – туюнтмасынын $a=5$, $b=3$ болгондогу маанисин;

2) $x^2-86x+113$ – туюнтмасынын $x=87$ болгондогу маанисин.

50. Көбөйтүндүлөрдү көп мүчөгө айландыр.

а) $(m+n)(m^2-mn+n^2)$; д) $(x-1)(x^2+x+1)$;

б) $(c-d)(c^2+cd+d^2)$; е) $(a+1)(a^2-a+1)$;

в) $(p+5)(p^2-5p+25)$; ж) $(4+c)(c^2-4c+16)$;

г) $(y-2)(y^2+2y+4)$; з) $(3-b)(b^2+3b+9)$.

51. Сумманы көп мүчөгө айландыр.

а) $(x+y)(x^2-xy+y^2)+(x-y)(x^2+xy+y^2)$;

б) $(m-n)(m^2+mn+n^2)-(m+n)(m^2-mn+n^2)$.

52. Туюнтмалардын маанилерин эсепте.

а) $x=-0,5$ болгондо $(x+4)(x^2-4x+16)-64$ түн;

б) $x=0,6$ болгондо $x^3-(x-1)(x^2+x+1)+5x$ тин

в) $x=-1$ болгондо $13-(x-3)(x^2+3x+9)$дун;

г) $y=-2$ болгондо $10-(y+2)(y^2-2y+4)$ түн;

д) $x=0,1$ болгондо $(x+2)(x^2-2x+4)-(x^2+8)$ дин;

е) $m=0,8$ болгондо $(m^2+4m+16)(m-4)-(m^3+3m)$дин.

53. Туюнтмаларды көбөйтүүчүлөргө ажырат.

x^3+y^3; $8+a^3$; t^3+1; $8+a^3$; $8-\frac{1}{8}a^3$; $125a^3-64b^3$;

m^3-n^3; $27-y^3$; $1-c^3$; $1+27y^2$; $64т^3+1000$; $27x^3-125y^3$.

54. Туюнтмаларды көбөйтүндү түрүндө жаз.

c^3-d^3; x^3-64; y^3-1; c^3+27; $1-8p^3$; p^3+k^9;

p^3+q^3; $125+a^3$; $1+b^3$; x^3-y^6; a^6-b^9; $\frac{1}{8}a^3+b^3$; m^9-n^3.

$8-m^3$; $64x^3+1$; m^3-27n^3;

55. Туюнтмалардагы операцияларды аткарып, мүмкүн болгон жерде жөнөкөйлөт:

$(x+3)^2-1$;	$9y^2-(1+2y)^2$;	$(2b-5)^2-36$;
$64-(b+1)^2$;	$(3c-5)^2-16c^2$;	$(4-11m)^2-1$;
$(4a-3)^2-16$;	$49x^2-(y+8x)^2$;	$(5c-3d)^2-9d^2$;
$(5y-6)^2-81$;	$(-2a^2+3b)^2-9d^2$;	$9-(7+3a)^2$;
$25-(a+7)^2$;	$(5a-3b)^2-25a^2$;	$p^2-(2p+1)^2$
$1-(2x-1)^2$;	$b^6-(x-4b^3)^2$;	$a^4-(9b+a^2)^2$.

56. Теңдемелерди чыгар. Ал үчүн туюнтмаларды көбөйтүндү түрүндө жазып алып, ар бирөөнү 0гө барабарла.

а) $x(3x-1)+(3x-1)=0$; в) $y(7y-3)=(3-7y)$;

б) $x(x-3)+6(3-x)=0$; г) $(4y+5)=3y(4y+5)$.

57. Көп мүчөлөрдү көбөйтүүчүлөргө ажырат.

а) $mx+my+5x+5y$; в) $8a-8b+an-bn$;

б) $1-ax-x+b$; г) $xy-4x+3y-12$.

58. Кыскача көбөйтүүнүн формулаларын сөз менен туюнт.

Мисалы: **Сумманын квадраты** – бул биринчи кошулуучунун квадраты – плюс кошулуучулардын эки эселенген көбөйтүндүсү – плюс – экинчи кошулуучунун квадраты.

Айырманын квадраты – бул …

Сумманын кубу – бул …

Улант.

Өзүңдү текшер!

А мамычасындагы ар бир түшүнүктүн Б мамычасындагы тиешелүү аныктамасын тап:

1. ________
2. ________
3. ________
4. ________
5. ________
6. ________
7. ________

А	Б
1. Сумманын квадраты	а) $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
2. Айырманын квадраты	б) $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
3. Квадраттардын айырмасы	в) $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$
4. Кубдардын айырмасы	г) $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$
5. Кубдардын суммасы	д) $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$
6. Айырманын кубу	е) $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$
7. Сумманын кубу	ж) $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

IV ГЛАВА

ФУНКЦИЯ

Түйүндүү түшүнүктөр:

1. Функция.
2. Функциянын аныкталуу областы.
3. Функциянын графиги.
4. Функциянын өсүшү жана кемиши.
5. Сызыктуу функция.
6. Бурчтук коэффициент.
7. Сызыктуу эмес функциялар.

4.1. Функция деген эмне?

Бул суроого жооп берүү үчүн сага белгилүү болгон кыймылдагы нерсенин өткөн жолун, ылдамдыгын жана убактысын байланыштырган $S = V \cdot t$ формуланы карап көрөлү. Кыймыл бир калыпта болсун, б.а. ылдамдык V – туруктуу сан дейли. Убакыт t өзгөрүп турат. Ал эми нерсенин басып өткөн жолу S ошол убакыттын өзгөрүшүнө жараша өзү да өзгөрөт.

Жыйынтыктап көрөлү: формулага катышкан 3 чоңдуктан бирөө туруктуу (V), экинчиси - өзгөрүлмө (t), үчүнчүсү ошол өзгөрүлмөдөн көз каранды (S), б. а. ал дагы өзгөрүлмө.

Ошентип, t жана S өзгөрүлмөлөр. Бирок, алардын бирөө - убакыт көз карандысыз, экинчиси - аралык - убакыттан көз каранды.

Көңүл бур: убакыттын бир маанисине аралыктын бир гана мааниси туура келет. Мисалы, V = 5м/сек, t = 10 секунда болсо, S = 5м/сек. ×10 сек. = 50м б.а. t = 10 секунда маанисине S = 50 м бир гана маани туура келет.

Айлана-чөйрөдө мындай байланышта болгон чоңдуктар көп. Мисалы, тик бурчтуктун периметри жана анын жактары... Улант.

Ушул сыяктуу эки чоңдуктун байланышын **функционалдык көз карандылык** дешет. Көз каранды эмес чоңдук аргумент, андан көз каранды болгон чоңдук анын функциясы деп аталат: t - аргумент, S – функция.

Турмуштан алынган чоңдуктар ар кандай тамгалар жана формулалар менен көрсөтүлөт.

Ал эми математикада функционалдык көз карандылык атайы формула менен берилип, өзүнчө окулат:

$$y = f(x)$$

Окулушу: **«игрек барабар икстен эф».** (орусча «у равен эф от икс» деп окулат).

Мында, x – көз каранды эмес өзгөрүлмө - **аргумент**, ал эми y – көз каранды өзгөрүлмө. Ал x өзгөрүлмөнүн **функциясы** болот. f – функциянын белгиси.

Көңүл бур: аргумент жана функциянын мааниси каалаган эле сан боло бербейт. Мисалы, убакыт жана аралык терс мааниге ээ болбойт.

Андыктан, **функциянын аныкталуу областы** жана функциянын **өзгөрүү областы** деген түшүнүктөр киргизилет:

$y=f(x)$ – функциясынын x аргументи жашай турган сандардын көптүгү функциянын **аныкталуу областы деп, *D* латын тамгасы** менен, у функциясы кабыл алган маанилердин көптүгү **функциянын өзгөрүү областы деп *E* латын тамгасы** менен белгиленет.

Аныкталуу областы же маселенин шарты, же чоңдуктун мазмуну, же математикалык келишим аркылуу берилет. Ал эми өзгөрүү областы аныкталуу областынан кийин, ага жараша пайда болот.

4.1. – аныктама

Эгерде x өзгөрүлмөнүн аныкталуу областынан алынган каалаган маанисине у өзгөрүлмөнүн жалгыз мааниси кандайдыр бир эреже аркылуу туура келсе, анда **у өзгөрүлмөсү x өзгөрүлмөсүнүн функциясы** деп аталат. Мында көз каранды эмес x өзгөрүлмө **функциянын аргументи** деп аталат.

Функциялар ар кандай түрдө – формула, таблица, график түрүндө берилет. **Формула түрүндөгүсү функциянын аналитикалык берилиши деп аталат.** Таблицалык түрдө ар бир аргументтин маанисине тиешелүү функциянын мааниси келтирилет. Аларды төмөнкү тапшырмалардан байка.

Көнүгүүлөр

1. Функциянын *D* аныкталуу областы бардык натуралдык сан көптүгү дейли. *D* нын ар бир элементине анын кубу туура келсин. Функциянын формуласын, *D* жана *E* облас-тарынын сан удаалаштыгы түрүндө жазылышын түшүндүр.

$y=n^3$, $D = \{1, 2 \ldots, n, \ldots\}$ $E = \{1, 8, \ldots, n^3 \ldots\}$

2. Аягы 3 менен бүткөн эки орундуу сандарды функция түрүндө жаз. Оба, ал $y = 10a + 3$ болот. Түшүндүр. Бул функциянын аныкталуу областы кайсы?

3. Төмөнкү эки көптүк берилсин:

$x = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$; $y = \{1; 4; 9; 16; 25; 36; 49; 64; 81; 100\}$.

Булардан кандай функцияны жазасың? *D* жана *E* кайсылар?

4. $y = x^2$ функциясынын аныкталуу жана өзгөрүү областарын көрсөт.

5. Квадраттын периметринин формуласын *x, у* тамгаларынын жардамы менен жаз.

Аргументти жана функцияны, ошондой эле *D*, *E* областарын аныкта.

6. $y = 10^2a + 10b + c$ формуласы кайсы сандарды туюнтат?

7. $y = \dfrac{5x-1}{2}$ жана $y = \dfrac{3}{x-5}$ формулалары менен берилген функциялардын аныкталуу областарын белгиле.

8. $y = 4+x$ жана $y=\dfrac{7}{4+x}$ функцияларынын аныкталуу областары бирдей болушу мүмкүнбү?

9. Төмөнкү таблицаны кунт койуп талда. Элементтердин арасындагы эрежени ата.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4

10. А жана В шаарларынын арасындагы аралык 720 км. Жеңил автомашина А шаарынан В шаарын көздөй 80 км/саат ылдамдык менен жөнөдү. x сааттан кийин жеңил автомашина А жана В шаарларынан кандай аралыкта болот?

11. Жактары 8 жана x см болгон тик бурчтуктун аянты S $м^2$. Тик бурчтуктун аянты менен x жагынын арасындагы функцияны формула түрүндө туюнт. x=1; 2,5; 3; 3,5 болгон маанилерине S тин кандай маанилери туура келет?

12. Тик бурчтуктун узундугу x дм, ал эми туурасы узундугунан 5 дм ге кыска. Тик бурчтуктун аянты S $дм^2$. S менен x тин арасындагы функцияны формула түрүндө бергиле. Аргумент менен функциянын тиешелеш маанилеринин эки түгөйүн жаз.

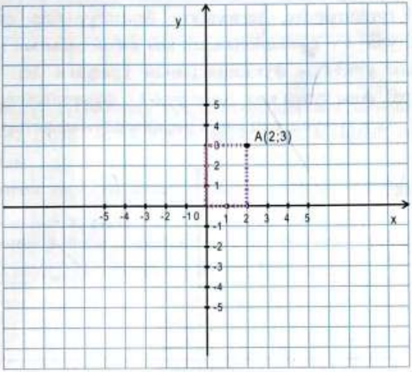
13. Функция y=4x-5 формуласы аркылуу берилген. Аргументтин 5; -4,5; 6 га барабар маанилерине тиешелүү түрдө функциянын маанилерин тап.

14. Функция $y=\dfrac{16}{x}$ формуласы аркылуу берилген. Таблицадагы аргументтин маанилерине функцияны тиешелүү эсептеп, аны толтур.

x	-8	-4	-2	2	4	8	16
y							

4.2. Функциянын графиги

Сага мурдагы класстан бери координаталык тегиздик, абсцисса жана ордината октору сыяктуу түшүнүктөр белгилүү. Аны эске салалы.



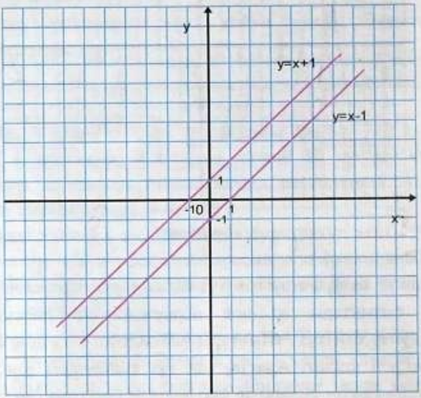
1-чийме.

Тегиздикте ох жана оу сан түз сызыктары берилсин. ох жана оу сан түз сызыктары өз ара перпендикуляр болсун. Өз ара перпендикуляр сан түз сызыктары жайгашкан тегиздик **координата тегиздиги** деп аталат. Адатта, сан түз сызыктары сан октору деп аталышат. Сан окторундагы ар бир чекитке бир гана сан туура келери белгилүү. Ал эми ох де берилген сандар тегиздикте жайгашкан чекиттердин **абсциссасы** деп, ал эми оу де берилген сандар – **ординатасы,** жалпысынан **чекиттин координаталары** деп аталат. Координаталык тегиздиктеги чекиттер A(x;y), B(x;y) ж.б. түрүндө жазылат. Мында, x – абсцисса, y – ордината.

Координаталык октор кесилишкен чекит O тамгасы менен белгиленип, **координата башталышы** деп аталат. Анын координаталары нөлдөр: O(0;0).

Мисалы, A(2;3)ден берилсе, A чекитинин абсциссасы 2ге, ординатасы 3кө барабар болот (1-чиймени кара).

15. $y=x+1$ – функциясы берилсин, x ке каалагандай, мисалы, 1; 2; 3; … маанилерди берип, y тин тиешелүү маанилерин эсептейли. Анда (1;2), (2;3), (3;4) … сан түгөйлөрүн алабыз. Ар бир түгөйгө координаталык тегиздикте бир гана чекит туура келет. Алынган чекиттерди туташтырсак, тегиздикте белгилүү бир сызыкка ээ болобуз. Ал y=x+1 – функционалдык көз карандылыгын мүнөздөйт. Ошол **сызык y=x+1 – функциясынын графиги** деп аталат (2-чиймени кара). Аны түзүп көр. Анда y=x-1 – функциясынын графиги да берилген. Аны түшүндүрүп көр. Графиктерди салыштыр.



2-чийме.

4.2. – аныктама.

Координата тегиздигиндеги координаталары аргументтин жана ага тиешелүү функциянын маанилерин туюнткан чекиттердин көптүгү **функциянын графиги** деп аталат.

16. *y=x+2* функциясынын графигин түзөлү. Ал үчүн төмөнкү операцияларды жүргүзөлү:

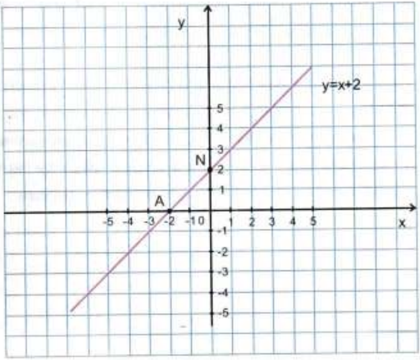
а) Адегенде аргументке 0 дөн 3 кө чейин оң бүтүн сан берип, тиешелүү функцияларды аныктап, төмөнкү таблицага түшүрөлү. X ке андан да көп маанилерди берсе болот. Бирок, кээде 2-3 маани жетиштүү.

x	0	1	2	3
y	2	3	4	5

б) Тиешелүү түгөйлөрдү түзүп, координаттык тегиздикте (0; 2), (1; 3), (2; 4), (3;5), (4; 7), (5; 9) чекиттерин аныктап, сызык менен туташтыралы.

3 –чиймени кара. Андагы түз сызык $y = x + 2$ функциясынын графиги.

Карап көр: $y = x + 2$ функциясынын графиги – түз сызык. Эмне үчүн ал OX огун (-2) чекитте кесип өттү? Ойлон.



3-чийме.

Көнүгүүлөр

17. $y = 3x$ функциясынын графигин чакмак дептерге түз. Координаталык чекиттер бир чакмакта жайланышсын. x ке эки маани берүү жетиштүү (түшүндүр).

18. $y = x - 3$ функциясынын графигин түз.

19. $y = 3x - 4$ функциясынын графигин түз.

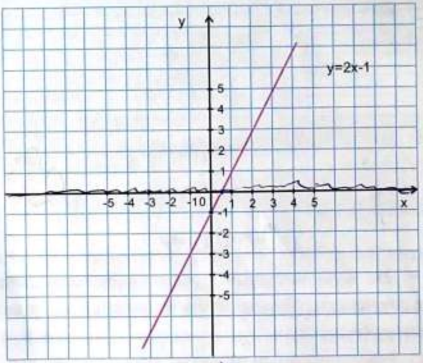
4.3. Функциянын өсүшү жана кемиши

20. $y = 2x - 1$ функциясы аргументтин кайсы маанилеринде кандайча өзгөрүшүн төмөндөгү таблица боюнча талда. Функция аргументтин кайсы маанисинде жашабайт? Туура айтасың. Андай сан берилген функциянын аныкталуу областында жок. Демек, аргументтин каалаган маанилеринде функция жашайт. Башкача айтканда, сан огунда функция тиешелүү маанилерге ээ болот. Таблицаны толтуралы

x	- 2	- 1	0	1	2
y	- 5	- 3	- 1	1	3

Эмнени байкадың? Ооба, аргументтин мааниси чоңойгон сайын функциянын да мааниси чоңоёт. Мындай учурда функцияны **өсүүчү** деп айтышат.

Бул функциянын графигин байка (4-чиймеде). Түз сызык кандайча жайгашкан? Функциянын өсүшү чиймеде кандай көрүнөт? **Ооба, аргументтин мааниси чиймеде солдон оңго карай өсөт. Ал эми функциянын мааниси солдон оңго карай өйдө көтөрүлөт. Демек, y=2x-1 функциясы өсүүчү функция экени графиктин жайланышында көрүнөт.**



4-чийме.

4.3. – аныктама

D көптүгүнөн алынган аргументтин каалаган x_1 жана x_2 маанилери үчүн $x_1 < x_2$ болгондо $f(x_1) < f(x_2)$ шарты аткарылса, анда f(x) функциясы бул көптүктө же сан аралыгында **өсүүчү** деп аталат.

Кемүүчү функциянын графиги тескерисинче, солдон оңго карай төмөн түшөт деп болжолдосо болобу?

Бул суроого жооп берүү үчүн кийинки тапшырманы кара.

21. $y=-2x+1$ функциясынын маанилери аргументтин кайсы маанилеринде кандайча өзгөрөрүн талда.

x	-2	-1	0	1	2	3
y	5	3	1	-1	-3	-5

Таблицадан эмнени байкадың? Туура, аргументтин маанилери өскөн сайын функциянын маанилери кемип барат. Мындай учурда функцияны **кемүүчү** деп айтабыз.

Функциянын графигин түзүп көр. График кандайча жайгашты? Ооба, солдон оңго карай төмөн түштү.

4.4. – аныктама

D көптүгүнөн алынган аргументтин каалаган x_1 жана x_2 маанилери үчүн $x_1 < x_2$ болгондо $f(x_1) > f(x_2)$ шарты аткарылса, анда f(x) функциясы бул көптүктө же сан аралыгында **кемүүчү** деп аталат.

Көнүгүүлөр

22. y=-x+2 функциясынын графигин түз. Анын графиги түз сызык болоорун түшүндүң. Ал эми **түз сызыкты чийүү үчүн эки чекит жетиштүү**. Андыктан, x ке эки гана маани берсең болот. Мисалы, төмөнкүчө:

x	0	1
y	2	1

23. Төмөнкү функциялардын графиктерин түзүү менен алардын өсүшүн же кемишин аныкта. а) жана б) нын графиктерин бир чиймеге, ал эми в), г) жана д) нын графиктерин экинчи чиймеге түшүр. Эмнени байкадың?

а) $y=3x$; в) $y=-3x$; д) $y=3x+1$;

б) $y=-3x+1$; г) $y=-3x-1$.

4.4. Сызыктуу функциялар жана алардын графиктери

Мурдагы параграфтарда $y=3x$, $y=-2x+1$, $y=2x-1$, $y=x+2$ сыяктуу функциялардын графигин түзүп, түз сызыкты алдык. Байка, мында x аргумент 1–даражада болуп, коэффициенти оң же терс сан. Мындан сырткары, өзгөрүлмөсү жок сан катышат. Аны, адатта, **бош мүчө** дешет. Ал каалагандай сан болушу мүмкүн. Жалпысынан x тин коэффициентин k, бош мүчөнү b тамгалары менен белгилешет. $y=kx+b$ – формуласы келип чыгат.

Мындан төмөнкү аныктаманы алабыз:

4.5. – аныктама.

$y=kx+b$ түрүндөгү формула менен берүүгө мүмкүн болгон функция **сызыктуу функция** деп аталат. Мында: x – көз каранды эмес өзгөрүлмө (аргумент), k, b – каалагандай сандар. k - аргументтин коэффициенти, b – бош мүчө.

Сызыктуу функциянын графиги түз сызык болот.

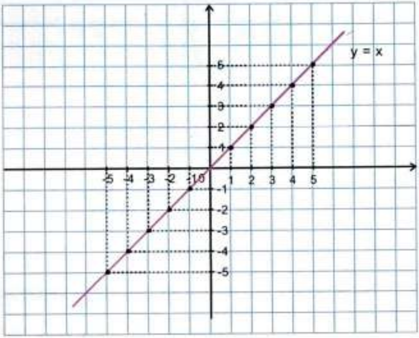
Бир нече белгилүү сызыктуу функциялардын графиктерин карап көрөлү.

24. $y=x$ – функциясын талда. Графигин чий. Мында, $k=1$, $b=0$. Туурабы?

x	-1	0	1
y	-1	0	1

Функция өсүүчүбү же кемүүчүбү? Функция өсүүчү анткени … . Сүйлөмдү толукта.

Түз сызык О чекитинен өттү. Координаталарын айт. О чекити эмне деп аталат? Анын координаттары кайсы? Ооба, O(0;0) болот. 5-чиймени кара. Түз сызыктагы чекиттердин координаталарын чийме боюнча айт.



5-чийме.

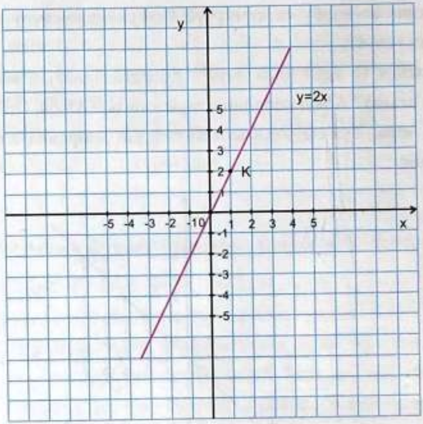
Демек, y=x функциясынын графиги - түз сызык. Ал 1-чи жана 3-чү чейректердин **биссектрисасы** болот. Баса, координата тегиздигинде канча чейрек бар?

Биссектриса деген эмне – эсте!

Эскертүү: Координата тегиздигинде түз сызыкты чийүү үчүн эки чекитти белгилөө жетиштүү. Аны төмөнкү мисалдан байка.

25. y=2x – функциясын талда. Графигин чий. Мында, k = …, b = …

Берилген функциянын графигин чийүү үчүн, эскертүүдө айтылгандай, эки чекитти белгилөө жетиштүү: x = 0 болсо, анда y=0. Ал эми x=1 болсо, y=2 (x ке ар кандай маани берсе болот). Изделүүчү график O (0;0) жана A (1;2) чекиттери аркылуу өтөт. 6–чиймени кара.



6 – чийме

Мындан ары сызыктуу функциянын графигин сызууда 2 чекиттин координаталарын аныктоо жетиштүү.

Байка: бул график дагы координаталар башталышы – О чекити аркылуу өттү. Эмне үчүн? Ойлонуп көр.

26. $y=3x-1$ функциясынын графигин түз. Ал үчүн 2 чекиттин координаталарын изде:

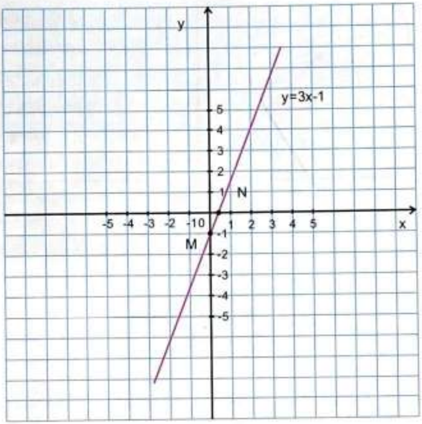
$x=0$ болсо, $y=-1$ болот. $x=1$ болсо, $y=2$ болот, аларды A(0;-1); B(1;2) деп белгилейли (7-чиймени кара).

Графикти изилдеп көр: эмне үчүн ал координаталар башталышы аркылуу өткөн жок?

Түз сызык у огун (0;– 1) чекитинде кесип өттү. Аны формула менен байланыштыр.

Тапшырма: 5-, 6- чиймелердеги графиктердин х огу менен түзгөн бурчтарын байка.

Ооба, $y=x$ болсо, анын графиги – биссектриса болуп х ке карата 45° ту түзөт. $y=2x$ тин



7-чийме.

графиги биссектрисадан өйдө көтөрүлгөн, ал эми y=3x тин графиги андан да өйдө болуп, у огуна жакындайт. Мындай **жагдай *x* тин коэффициенти менен байланышта болбосун?**

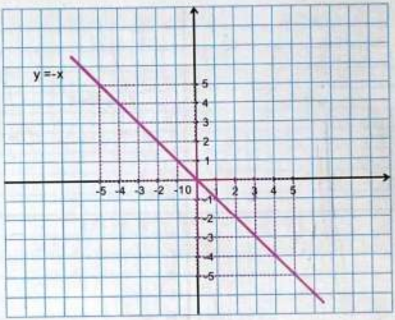
Ооба, байланыштуу.

4.6. – аныктама.

y=kx+b формуласындагы k саны түз сызыктын **бурчтук коэффициенти** деп аталат. Анын маанисине жараша график ох огуна карата ар кандай бурчта жайланышат. Бурчтук коэфициент k канчалык чоңойсо, график ОУ огуна ошончолук жакындайт.

Көнүгүүлөр

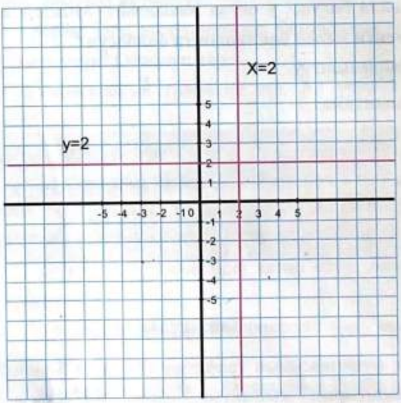
27. *y=-x* функциясынын графигин түз. Аны 5-чиймедеги график менен салыштырып жыйынтык чыгар. Ал кайсы чейректерде жайгашты? 8-чиймени кара.



8-чийме.

28. y=-2x жана y=-3x функцияларынын графиктерин бир координата системасына түшүрүп, салыштырып, оюңду айт.

29. y=2 функциясы x огуна параллель болгон түз сызык. Аны түзүп көр. Анда x=2 нин графиги кандай болот? Ойлон. (9-чийме).



9-чийме

30. $y=2x+1$, $y=2x+2$ функцияларынын графигин бир чиймеге түшүрүп, салыштыр. Эмнени байкадың?

31. $y=2x+2$, $y=3x+2$ функцияларынын графигин бир чиймеге түшүр. Эмнени байкадың?

32. Төмөнкү функциялардын графиктери кайсы координата чейректеринде жайгашкан:

а) $y=1,7x$; в) $y=0,9x$; д) $y=x$;

б) $y=-3,1x$; г) $y=-2,3x$; е) $y=-x$?

33. Төмөнкү функциялардын кайсылары өсүүчү, ал эми кайсылары кемүүчү болорун аныкта:

а) $y=-2,3x$; б) $y=4,5x$; в) $y=-0,1x$; д) $y=0,7x$.

34. Төмөнкү формулалар менен берилген функциялар сызыктуу функция болобу?

а) $y=2x-3$; б) $y=-x+5$; в) $y=7-9x$; г) $y=8x$; д) $y=x^2-3$; е) $y = 5$.

35. $y=-2x^2+3x$ формуласы менен берилген функциянын графиги төмөнкү чекиттер аркылуу өтөбү?

а) A $(-1; -5)$; б) B $(2; 2)$; в) $C(3; -9)$.

36. Функциялардын графиктерин түз.

а) $y=-2x+1$; б) $y=0,2x+5$; в) $y=3x+2$; г) $y=-3x+2$;

д) $y=3x-4$; е) $y=-0,6x-1,5$; ж) $y=0,3x-5$; з) $y=-0,6x-1,5$.

37. Берилген функциялардын графиктерин бир эле координаталар ситемасында түз.

а) $y = 1,2x$ жана $y = 1,2x - 3$; б) $y = -x$ жана $y = -x + 3,5$.

Жыйынтык чыгар.

38. Төмөндө берилген функциялардын графиктери өз ара кандайча жайгашканын талда.

а) $y = 7x - 4$ жана $y = 7x + 8$; г) $y = -4x$ жана $y = -4x - 5$;

б) $y = 10x + 8$ жана $y = -10x + 6$; д) $y = 3x + 1$ жана $y = -4x + 1$;

в) $y = 3x - 5$ жана $y = -6x + 1$; е) $y = 12x$ жана $y = -8x$?

39. а) $y=3x+b$, $b=1,2$; -4; 0 болсун. Графиктерди бир эле координаталар системасында түзүп салыштыр.

б) $y=kx$; $k=1$; -1; $0,4$. болсун. Графиктерди бир эле чиймеге түшүрүп, айырмачылыгын аныкта.

40. Функциялардын графиктеринин кесилиш чекиттеринин координаталарын аныкта.

а) $y = 10x - 8$ жана $y = -3x + 5$; г) $y = 37x - 8$ жана $y = 25x + 4$;

б) $y = 14 - 2,5x$ жана $y = 1,5x - 18$; д) $y = 14x$ жана $y = x + 26$;

в) $y = 20x - 70$ жана $y = 70x + 30$; е) $y = -5x + 16$ жана $y = -6$.

41. Функциялардын формулаларын жаз:

а) $k = 0,5$, $b = 1$; б) $k = 0$, $b = -1$; в) $k = -2$; г) $k = -2$, $b = -4$

42. Графиги A (0;1) жана B (1;1) чекиттери аркылуу өткөн сызыктуу функцияны жаз.

4.5. Сызыктуу эмес функциялар. Жуп жана так функциялар.

Айталы, $y=f(x)$ функциясы берилсин. x өзгөрүлмө OX огундагы $]-\infty;+\infty[$ аралыкта маанилерди кабыл алары бизге белгилүү дейли. Ал эми y кандайча өзгөрөт? График кандайча жайгашат?

Бир эле [-4;4] интервалда $y=x^2$ жана $y=x^3$ – функцияларын карайлы.

43. $y=x^2$ - функциясын [-4;4] - интервалында талда.

Талдоо жеңил болсун үчүн $y=x^2$ – функцияны [-4;4] - интервалдагы бүтүн маанилерде карайлы. Берилген интервалдагы бүтүн маанилер кайсылар? Төмөндөгү таблицага көңүл бур.

$y=x^2$ – функциянын тиешелүү маанилерин текшер.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y=x^2$	16	9	4	1	0	1	4	9	16

Кандай касиеттерди байкадың?

а) Эгерде $x=0$ болсо, анда $y=0$ болот. Туурабы?

б) Эгерде $x>0$ болсо, анда $y>0$ болот. Туурабы? Таблицаны пайдаланып текшер.

Чындыгында, $x>0$ – барабарсыздыгын x оң санга көбөйтсөк, анда $x^2>0$ – алабыз, б.а. $y>0$.

в) x аргументтин **терс эмес маанилери** үчүн $y=x^2$ – функция өсөбү же кемийби? Ооба, өсөт. Анткени, **x тин чоң маанисине y тин да чоң мааниси туура келерин** таблицадан байкоого болот. Башкача айтканда, эгерде x_1 жана x_2 – терс эмес каалагандай сандар, $y_1=(x_1)^2$, $y_2=(x_2)^2$ жана $x_1<x_2$ болсо, анда $y_1<y_2$ болот.

Айталы, $0< x_1$, $x_1<x_2$ болсун. Анда $x_1<x_2$ – барабарсыздыгын x_1 ге көбөйтүп, $x_1^2 < x_1x_2$ алабыз. Ошондой эле, $x_1<x_2$ – барабарсыздыгын x_2 ге көбөйтүп, $x_1x_2<x_2^2$ ка ээ болобуз.

Мындан,

$$x_1^2 < x_2^2, \text{ б. а. } y_1<y_2$$

болот.

г) Эгерде x аргумент чексиз өсүп, плюс чексиздикке умтулса, анда $y=x^2$ да плюс чексиздикке умтулат, б.а.

$$x\to+\infty, \text{ анда } y\to+\infty.$$

Чындыгында, $x=1; 2; 3; 4; \ldots$ – натуралдык сандар кабыл алып, плюс чексиздикке умтулат. Анда $y=x^2$ 1; 4; 9; 16; 25; … - сандарына барабар болуп, плюс чексиздикке умтулат.

Ал эми бүтүн сандардын арасындагы бөлчөк, аралаш сандар үчүн г) касиети сакталабы? Ооба, анткени, каалагандай $x>0$ сан үчүн $y=x^2$ – функция өсөт.

Ал эми $x<0$ болгондо $y=x^2$ тын жүрүшү кандай болот? Ойлон. 1-таблицаны пайдалан.

д) x аргументтин белгиси карама-каршыга өзгөргөндө $y=x^2$ өзгөрбөйт. Туурабы?

Чындыгында, $(-x)^2=x^2$,

б.а. каалагандай терс сандын квадраты дайыма оң сан.

4.7.-аныктама

Эгерде x аргументтин белгиси карама-каршыга өзгөргөндө $y=f(x)$ функциянын белгиси өзгөрбөсө, анда $y=f(x)$ **жуп функция** деп аталат.

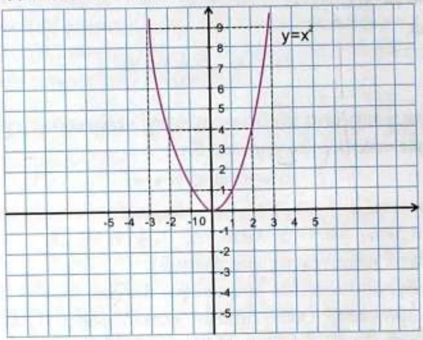
Демек, $y=x^2$ функциясы жуп функция болот.

Жогорудагы таблицаны пайдаланып, $y=x^2$ функциясынын графигин түзүп көрөлү.

Алынган график **парабола** деп аталып, $y=x^2$ функциясын мүнөздөйт. 10-чиймени кара.

Карап көр: парабола координаталык тегиздиктин O чекити аркылуу өтөт. Эмне үчүн? Түшүндүр.

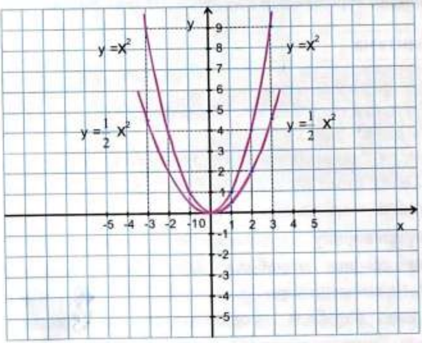
Графиктин кемишин жана өсүшүн мүнөздө. Эмне үчүн $y=x^2$ функциясы жуп функция болот? Парабола Оу огуна карата симметриялуу болорун байка.



10-чийме

11-чиймеде $y=x^2$ жана $y=\dfrac{1}{2}x^2$ функцияларынын графиктери берилген. Аларды салыштырып көр. Параболанын түрү эмнеден көз каранды деп ойлойсуң?

$y=2x^2$ функциясынын графигин түзүп көр.



11-чийме.

44. $y=x^3$ – функциясын [-4;4] - интервалында талда.

Функциянын жүрүшүн адегенде берилген аралыктагы бүтүн маанилерде карап көрөлү.

2-Таблицанын толтурулушун текшер. Талдаганга аракеттен.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y=x^3$	-64	-27	-8	-1	0	1	8	37	64

$y=x^3$ функциясы кандай касиеттерге ээ?

а) Эгерде x=0 болсо, анда y=0 болот. Туурабы?

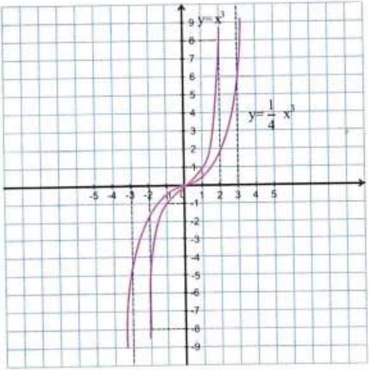
б) x аргументтин [-4;4] - аралыктагы **каалагандай маанисинде** $y=x^3$ функция өсөт.

Таблицадагы у тин маанилерин салыштыр.]-∞;+∞[- аралыгы үчүн жалпылаганга аракеттен. Чындыгында, $x_1<x_2$ болсо, анда $x_1^3<x_2^3$ орун алат. Мындан $y_1<y_2$ келип чыгат.

в) x]-∞;+∞[- аралыгында +∞ ти көздөй умтулса, анда у да +∞ ти көздөй умтулат. Таблицаны пайдаланып түшүндүр.

г) x аргументтин белгиси карама-каршыга өзгөргөндө $y=x^3$ функциянын белгиси да өзгөрөт. Туурабы? Таблицаны пайдаланып текшер.

Чындыгында, $(-x)^3 = -x^3$.



12-чийме.

$y=x^3$ функциянын графиги 12-чиймеде берилген. Ал **гипербола** деп аталып, О чекитине карата симметриялуу. Ушул эле чиймеде $y=\frac{1}{4}x^3$ функциясынын графиги да берилген. Гиперболаларды салыштыр.

4.8.-аныктама

Эгерде х аргументтин белгиси карама-каршыга өзгөргөндө у функциянын белгиси да өзгөрсө, анда у **так функция** деп аталат.

Демек, $y=x^3$ – так функция.

45. $y=|x|$ - функцияны $[-4;4]$ - аралыгында талда.

Төмөндө толтурулган таблицаны кара. Өзгөчөлүктөрдү аныктаганга аракеттен.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y=|x|	4	3	2	1	0	1	2	3	4

Эмнелерди байкадың?

а) $x=0$ болсо, анда $y=0$. Нөлдүн модулу өзүнө барабар.

б) $x>0$ болгондо, анда $y>0$ болот. Текшер. Адегенде, таблицаны пайдалан, андан кийин жалпылаганга аракеттен.

в) х аргументтин **терс эмес маанилеринде** $y=|x|$ **- функция өсөт**. Эмне үчүн? Түшүндүр.

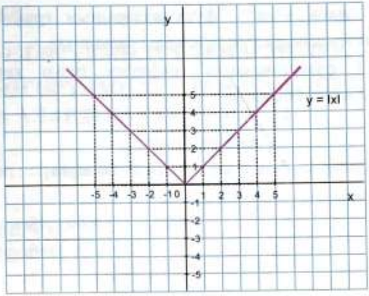
х аргумент терс маанилерден оң маанилерге өткөндө $y=|x|$ - функция кандай абалда болот?

г) х аргументтин белгиси карама-каршыга өзгөргөндө $y=|x|$ - функция өзгөрбөйт. Таблицаны пайдаланып, талдап көр.

13-чиймеде $y=|x|$ - функциясынын графиги берилген.

Карап көр: график башталышы О чекитине туура келген эки шооладан турат. Ал координата тегиздигинин кайсы чейректеринде жайгашкан? Ооба, 1- жана 2-чейректерде жайгашкан. Шоолалар биссектриса боло алышабы? Түшүндүр.

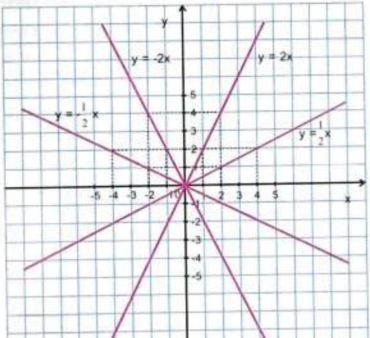
Графиктин кемишин жана өсүшүн мүнөздө. График кайсы окко карата симметриялуу?



13-чийме.

Тапшырмалар

46. 14-чиймедеги функцияларды эки-экиден салыштыр. Коэффициенттин белгиси графиктин жайланышын кандай өзгөрттү?



14-чийме.

47. $y=3x^2$ функциясынын графигин түз.

48. $y=\frac{1}{2}x^3$ функциясынын графигин түзүп көр.

49. $y=x^2$ жана $y=-x^2$ функцияларынын графигин бир эле координата системасында түзүп, аларды салыштыр.

50. $y=x^2+1$ функциясынын графигин түзүп көр. Ал $y=x^2$ параболасынан айырмаланабы?

Өзүңдү текшер

А мамычасындагы ар бир түшүнүктүн Б мамычасындагы тиешелүү аныктамасын тап:

1. _______ 5. _______
2. _______ 6. _______
3. _______ 7. _______
4. _______ 8. _______

А	Б
1. Функция 2. Функциянын аныкталуу областы 3. Функциянын графиги 4. Функциянын өсүшү 5. Функциянын кемиши 6. Сызыктуу функция 7. Сызыктуу функциянын графиги 8. Түз сызыктын бурчтук коэффициенти	а) Аргументтин чоң маанисине функциянын чоң мааниси, ал эми кичине маанисине функциянын кичине мааниси туура келет. б) $y=kx+b$ (мында x - көз каранды эмес өзгөрүлмө, k,b - сандар) түрүндөгү формула менен берүүгө мүмкүн болгон функция. в) Абсциссасы аргументтин, ал эми ординатасы функциянын тиешелүү маанилерине барабар болгон координата тегиздигиндеги чекиттердин көптүгү. г) Көз каранды эмес өзгөрүлмөнүн кабыл алган бардык маанилери. д) Түз сызык болот. е) x тин каалагандай маанисине y тин жалгыз мааниси туура келген y өзгөрүлмөсүнүн x өзгөрүлмөсүнөн көз карандылыгы. ж) Аргументтин кичине маанисине функциянын чоң, ал эми аргументтин чоң маанисине функциянын кичине мааниси туура келет. з) $y=kx+b$ формуласындагы k саны.

V ГЛАВА

БИР ӨЗГӨРҮЛМӨЛҮҮ ТЕҢДЕМЕЛЕР. ЭКИ ӨЗГӨРҮЛМӨЛҮҮ ТЕҢДЕМЕЛЕР ЖАНА АЛАРДЫН СИСТЕМАСЫ

Түйүндүү түшүнүктөр:

1. Бир өзгөрүлмөлүү теңдеме.
2. Теңдеменин тамыры.
3. Тең күчтүү теңдемелер.
4. Тең күчтүү теңдемелердин касиеттери.
5. Бир өзгөрүлмөлүү сызыктуу теңдеме жана аны чыгаруу.
6. Эки белгисиздүү сызыктуу теңдеме.
7. Эки белгисиздүү сызыктуу теңдемелердин системасы.

5.1. Бир өзгөрүлмөлүү теңдемелер жана алардын касиеттери

Мурдагы класстардан бери **теңдеме** түшүнүгү менен таанышсың. Теңдеме деп **тамгалуу барабардыкты** айтып жүрөбүз. Барабардык аткарыла турган тамганын мааниси **теңдеменин тамыры** деп аталат.

Теңдеме түшүнүктөрүңдү кеңейтели. Ал үчүн маселени **теңдеме** түзүү аркылуу чыгаруунун эң жөнөкөй учурун карап көрөлү.

1. Нурлестин бир нече сому бар эле. Апасы ага 5 сом бергендени кийин анда 26 сом болуп калды. Нурлесте мурда канча сом бар эле?

Маселеден $x+5=26$ теңдемеси келип чыгат. Мында x-белгисиз саны – Нурлестин мурда болгон акчасын туюнтат. $x=21$ – теңдеменин тамыры (түшүндүр).

Көңүл бур: теңдемеге тамга же өзгөрүлмө бир гана жолу кирген.

2. Бир нече фермерлер жүк ташуучу автомашина сатып алууну чечишти. Эгерде алардын ар бири 700 доллардан топтошсо, анда 300 доллар жетпей калат, эгерде ар бири 800 доллардан топтошсо, анда 400 доллар ашыкча болуп калат. Канча фермер болгон? Автомашина канча турат?

Теңдеме түзбөй туруп чыгарып көрчү!

Маселеде фермерлердин саны жана автомашнанын баасы белгисиз.

Кайсынысын тамга менен белгилейли?

Фермерлердин санын белгилеп алалы, анткени автомашинанын баалары фермерлердин санына жана алардын кошкон салымдарына байланышуу. Адатта, теңдеме түзүүдөн мурда маселенин шартын төмөнкүдөй белгилеп алышат:

x - фермерлердин саны;

700x – фермерлер чогулткан акча (1-учур);

800x – фермерлер чогулткан акча (2-учур);

700x+300 – биринчи учурга туура келген автомашинанын баасы;

800x-400 – экинчи учурга туура келген автомашинанын баасы;

Ар бир жазууну түшүндүр.

Көңүл бур: бир эле автомашинанын баасы жөнүндө кеп болгондуктан, аны туюнткан эки туюнтма (кайсылар?) барабар болушат! Демек, төмөнкү теңдемени алабыз:

$$700x+300=800x-400.$$

Мында өзгөрүлмө x теңдемеге эки жолу кирип, барабар белгисинин эки жагында жайланышты.

Теңдемени чыгарып көр.

Ооба, x=7. Бул фермерлердин саны – маселенин чыгарылышы болот. Автомашинанын баасын аныкта.

Мына ошентип 2 маселеден төмөнкү теңдемелер түзүлдү:

1. x+5=26; 2. 700x+300=800x-400;

Булардын ар бирине бир гана түшүнүктү чагылдырган өзгөрүлмө кирген: биринчисинде ал Нурлестин акчасын, экинчисинде - фермерлердин санын туюнтат.

Төмөнкү аныктамаларды эстеп кал:

5.1. – аныктама

Жалгыз гана өзгөрүлмөнү камтыган барабардык **бир өзгөрүлмөлүү** же **бир белгисиздүү теңдеме** деп аталат. Адатта, бир белгисиздүү теңдеме деген термин көбүрөөк колдонулат.

5.2. – аныктама

Теңдемени туура барабардыкка айландыруучу белгизиздин мааниси теңдеменин **тамыры** же **чыгарылышы** деп аталат.

5.3. – аныктама

Теңдеменин тамырын табуу же анын жок экендигин далилдөө **теңдемени чыгаруу** деп аталат.

Белгисиз теңдемеге бир нече жолу, ар кандай түрдө (барабардык белгисинин эки жагына, же кашааларда, же бөлчөктө ж.б.) киргенде теңдемени чыгаруу татаалдашат. Андыктан, теңдемени чыгаруунун жалпы ыкмаларын табуу зарыл. Ал үчүн дагы башка түшүнүктөрдү карайлы.

5.2. Тең күчтүү теңдемелер

3. Эки теңдеменин чыгарылыштарын түшүндүрүп, тамырларын салыштыр (мындай теңдемелерди сен мурдагы класстарда чыгаргансың):

1). $7x-4+3x=18\cdot 2$

$10x=36+4$

$10x = 40$

$x=40:10$

$x=4$

2). $x-36+6x=4-3x$

$7x+3x=4+36$

$10x=40$

$x=40:10$

$x=4$

Ооба, теңдемелердин жазылыштары түрдүү болгону менен, алардын тамырлары бирдей.

Мындай теңдемелер атайын атка ээ.

5.4. – аныктама

Бирдей тамырларга ээ болгон теңдемелер **тең күчтүү** теңдемелер деп аталат.

Тамырга ээ болбогон теңдемелер да тең күчтүү теңдемелер болушат (андайлар да кездешет – кийинчерээк көрөсүн).

1-теңдемеге дагы бир жолу кайрылалы. Анын тамыры x=4. Тамыр теңдемени туура барабардыкка айландырууга тийиш. Ар бир саптагы теңдемеге x тин ордуна 4 тү коюп текшерели:

1) $7\cdot4-4+3\cdot4=18\cdot2$, $24+12=36$
$10\cdot4=36+4$, $40=40$
$10\cdot4=40$, $40=40$
$4=40:10$, $4=4$

2) $4-36+6\cdot4=4-3\cdot4$, $-32+24=4-12$, $-8=-8$
$7\cdot4+3\cdot4=4+36$, $28+12=40$
$10\cdot4=40$, $40=40$
$4=40:10$, $4=4$

Карап көр: берилген теңдемедеги кээ бир операцияларды аткаруудан келип чыккан **жаңы теңдеме** берилгенге **тең күчтүү** болот, б.а. алар бирдей тамырга ээ болушат .

Теңдемени чыгаруу ыкмасы мына ушу касиетке негизделген: берилген теңдемедеги **операцияларды** аткарып, улам **жаңы тең күчтүү теңдемелерге** өтүү менен жөнөкөйлөтүп отуруп тамырды табабыз.

Ошол операциялар кайсылар?

Аларды билүү үчүн төмөнкү касиеттерди карайлы:

5.1. – касиет

Эгерде теңдеменин эки жагына тең бир эле санды же белгисиздин мүмкүн болгон маанилеринде жашаган туюнтманы кошсок же кемитсек, анда берилген теңдемеге тең күчтүү болгон жаңы теңдеме келип чыгат.

Төмөндөгү теңдемелерди чыгарууда каралган касиеттерди пайдаланып көрөлү.

4. $4x-15=5$ - теңдемеси берилсин. Аны башталгыч класстардан бери эле амалдын жыйынтыгы жана компоненттердин ортосундагы байланыштарга негиздеп чыгарганды билесиң. Оң жактагы мамычада 5.1.-касиет пайдаланылган. Карап көр.

Берилген теңдеме	Эки жагына тең 15 кошулду
$4x-15=5$ $4x=20$ $x=20:4$ $x=5$	$4x-15+15=5+15$ $4x=20$ $x=20:4$ $x=5$

5. $5x=21-2x$ – берилсин. Анын чыгарылышын байка.

Берилген теңдеме	Эки жагына тең 2х кошулду
$5x=21-2x$	$5x=21-2x$ $5x+2x=21-2x+2x$ $7x=21$ $x=3$

Жыйынтыкта: 4- маселеде $4x=20$ теңдемеси берилген теңдеменин эки жагына тең … кошуп, аны теңдеш өзгөртүүдөн келип чыкты. Ошол жаңы теңдеме берилгенге тең күчтүү, анткени, …

Сүйлөмдү толукта.

5-маселени да ушул сыяктуу жыйынтыкта.

4-маселедеги теңдеменин эки жагына 10ду кошуп, 5-маселедеги теңдемеге 3х туюнтмасын кошуп, жаңы теңдемелерди түзүп көр. Эмнени байкадың?

Ооба, теңдемелер жеңилдемек турсун, тескерисинче татаалданып кетти. Демек, теңдеменин эки жагына каалагандай санды же өзгөрмөлүү туюнтманы кошо берүүгө болбойт. Анда эмесе, кандай сандарды же туюнтмаларды кошуу ыңгайлуу? Ойлонуп көр!

Ойлондуңбу?

6. Төмөндөгү теңдемелерди 5.1.-касиетин пайдаланып чыгар:

а) $12x-1=41$; в) $2{,}3x=51+2x$; д) $0{,}15x+8=51$;

б) $-x+4=67$; г) $9=8-0{,}2x$; е) $-0{,}7+4x=67$.

7. Теңдемелерди чыгар. Кандай операцияларды аткарасың?

а) $\frac{1}{3}x+4=0$; б) $5x+15=50$.

Ооба, а) пункутундагы теңдемени, анын эки жагын тең 3кө көбөйтүү менен чыгаруу, ал эми б) пункутундагы теңдемени, анын эки жагын тең 5ке бөлүү менен чыгаруу ыңгайлуу.

Түшүндүр.

5.2.-касиет

Эгерде теңдеменин эки жагын тең бир эле санга же белгисиздин мүмкүн болгон маанилеринде жашаган туюнтмага көбөйтсөк же бөлсөк, анда пайда болгон теңдеме берилген теңдемеге тең күчтүү болот.

8. $2y+4=8$ теңдемесинин таблицада берилген чыгарылыштарын түшүндүр.

Жыйынтык чыгарып көр.

Берилген теңдеме	Эки жагын 5ке көбөйтүү	Эки жагын 2ге бөлүү
$2y+4=8$ Башталгыч класстардан мындай теңдемелерди чыгарууну билесиң. Эсиңе сал: $2y=8-4$ $2y=4$ $y=4:2$ $y=2$	$(2y+4)\cdot5=8\cdot5$ $10y+20=40$ $10y=40-20$ $10y=20$ $y=2$	$(2y+4):2=8:2$ $\frac{2y}{2}+\frac{4}{2}=\frac{8}{2}$ $y+2=4$ $y=4-2$ $y=2$

Берилген теңдеме менен кандай операциялар аткарылды? Кайсынысы ыңгайлуу деп эсептейсиң?

9. $10x-80=100$ теңдемесинин чыгарылыш процессин талда.

Теңдеменин эки жагына тең 80ди кошсок болот (Эмне үчүн?): $10x-80+80=100+80$, мында $-80+80=0$ болгондуктан $10x=100+80$.

Карап көр: теңдеменин сол жагындагы -80 анын оң жагына +80 болуп которулгансыды.

Мындан төмөнкү эреже келип чыгат:

5.1. – эреже.

Теңдеменин мүчөлөрүн анын бир жагынан экинчи жагына **карама-каршы белги менен алып өтүү операциясын аткарса болот.**

Бул операция теңдеменин белгисиздерин барабардык белгисинин бир жагына, сан туюнтмаларын анын экинчи жагына топтогонго кеңири колдонулат.

Жогоруда каралган аныктамалардан, касиеттерден жана эрежеден теңдемени чыгаруунун төмөндөгү **алгоритми** келип чыгат (сөздүктү кара).

Теңдеме чыгаруу алгоритми

Бул алгоритмге теңдеме чыгаруунун мурдагы класстардан бери пайдаланылып жүргөн ыкмалары, жаңы каралган касиеттердин жалпылоолору жана эрежелери камтылган:

1) Теңдеменин эки жагындагы бөлчөктөрдөн кутулуу (эгер болсо). Ал үчүн анын эки жагын тең бөлчөктөрдүн жалпы бөлүмүнө барабар болгон санга же белгисиздүү туюнтмага (анын мүмкүн болгон маанилеринде) көбөйтүү;

2) Кашаалар болсо, аларды ачуу;

3) Теңдемедеги белгисиз кирген туюнтмаларды анын бир жагына, сан туюнтмаларды экинчи жагына топтоо;

4) Теңдеменин эки жагындагы туюнтмалардын окшош мүчөлөрүн келтирүү;

5) Теңдеменин бир жагында белгисиз өзүнүн коэффициенти менен, экинчи жагында сан туюнтмасы болгон эң жөнөкөй түргө келтирип, андан белгисиздин, б.а. тамырдын маанисин аныктоо (адатта, белгисиз сол жакка топтолот, бирок оң жакка да топтосо ката болбойт: $2x=10$, $10=2x$ теңдемелер тең күчтүү).

6) Табылган тамырдын маанисин берилген теңдемедеги белгисиздин ордуна коюп, тиешелүү амалдарды аткарып, теңдеменин **сол жана оң жагындагы маанилерин айрым-айрым эсептеп,** аларды салыштыруу. Эгерде ошол маанилер барабар болсо, б.а. **теңдеме туура барабардыкка айланса, анда ал туура чыгарылды деп эсептелет**.

Аталган алгоритмди $\frac{2(x+3)}{3} = 6 + 2x$ теңдемесинин чыгарылышында карап, түшүн.

1. $\frac{2(x+3)}{3} = 6+2x$ $\frac{2(x+3)\cdot 3}{3} = 3(6+2x)$ 2. $2(x+3) = 3(6+2x)$ $2x + 6 = 18 + 6x$ 3. 2x-6x=18-6 4. -4x=12 5. $x = \frac{12}{-4}$ x=-3 6. $\frac{2(x+3)}{3} = \frac{2(-3+3)}{3} = \frac{2\cdot 0}{3} = 0$ - сол жагынын мааниси. 6+2x=6+2·(-3)=6-6=0 – оң жагынын мааниси. Мындан x = -3 болгондо теңдеменин сол жагы да, оң жагы да 0 гө айланды, б.а. барабардык сакталды. Демек, теңдеменин тамыры туура табылды.	1. Теңдеменин сол жагындагы бөлчөктөн кутулуу. Ал үчүн теңдеменин эки жагы тең 3кө көбөйтүлдү. Анын негизинде кыскартуу операциясы аткарылды. Аны түшүндүр. 2. Кашаалар ачылды. 3. Өзгөрүлмөлөр сол жакка, сандар оң жакка топтолду. Ал үчүн 6x карама-каршы (минус) белги менен сол жакка, 6 карама-каршы (минус) белги менен оң жакка өткөрүлдү (кээ бирде өзгөрүлмөлөрдү оң жакка, сандарды сол жакка топтосо болот); 4. Окшош мүчөлөр келтирилди; 5. Теңдеменин эки жагы тең – 4кө бөлүндү. x=-3 – теңдеменин тамыры. 6. Текшерүү: берилген теңдеменин эки жагына тең айрым-айрым x тин ордуна анын табылган маанисин коюп эсептөө.

Адатта, жогорудагы түшүндүрүүлөр оозеки жүргүзүлөт. Ал эми теңдеменин чыгарылышынын ар бир кадамы жогоруда көрсөтүлгөндөй мамыча түрүндө жазылат.

Көнүгүүлөр

10. Акылбек «Орто-Сай» базарынан 3 дарбыз сатып алды. Дарбыздардын биринчиси экинчисинен 3 килограммга, ал эми үчүнчүсүнөн 5 эсе жеңил. Биринчи жана үчүнчү дарбыздардын биргелешкен салмактары экинчи дарбыздын салмагына караганда 3 эсе оор. Дарбыздардын салмактарын тап. Теңдеме түзүп чыгар.

11. Теңдемелерди чыгар. Ар биринин чыгарылыш алгоритмин толук түшүндүр.

а) 700x+300=800x-400;

б) 7-2(x-4,5)=6-4x;

в) 11x-5=5x-12;

г) 2x=x-3;

д) $2x=\frac{1}{4}$;

е) $8\cdot\frac{x}{2}-\frac{x}{3}=2$;

ж) 0,5+2x=1,5+3x;

з) $\frac{3}{5}x-\frac{x}{2}=0{,}2$;

и) $\frac{2}{3}(7x+4)=\frac{10+2x}{3}$;

к) $\frac{2}{5}x+\frac{3}{5}=\frac{4}{5}$;

л) $\frac{1}{3}x+4=0$;

м) 5x-(x+3)=5.

5.3. Бир белгисиздүү сызыктуу теңдеме

Буга чейин каралып жаткан бир өзгөрүлмөлүү (бир белгисиздүү) теңдемелерди чыгарууда бир нече операцияларды аткаруу менен, берилген теңдемеге тең күчтүү жаңы теңдемелерге келип, улам жөнөкөйлөтүп отуруп, эң акырында теңдеменин бир жагында өзгөрүлмө коэффициенти менен, ал эми экинчи жагында сан болгон көрүнүшкө алып келгенбиз.

Мисалы, 2x+5=13 теңдемесинде ошол акыркы жөнөкөй түрү 2x=8 болот. Анда x белгисизи 2 коэффициенти менен теңдеменин сол жагында, 8 саны оң жагында калды.

Муну жалпылап, белгисизди x деп, коэффициентти а тамгасы менен, оң жактагы санды b тамгасы менен белгилесек, төмөндөгү формуланы алабыз:

$$ax=b.$$

5.5.-аныктама

ax=b формуласы менен берилген теңдеме бир **белгисиздүү сызыктуу теңдеме** деп аталат. Мында a≠0, b – каалагандай сан, a – белгисиздин коэффициенти, b – бош мүчө деп аталышат.

Бул формула каралып жаткан теңдеменин **каноникалык формасы** болот. Мындан $x = \frac{b}{a}$ келип чыгат, б.а. теңдеменин тамыры ушундай формула менен туюнтулат.

Ошентип, буга чейин сага белгилүү болгон аянтты, периметрди, өтүлгөн жолду, ылдамдыкты, функционалдык көз карандылыкты туюнткан формулалардан тышкары 2 формула пайда болду. Аларды биз (1), (2) деп белгилейли:

$$ax=b \qquad (1)$$

$$x = \frac{b}{a} \qquad (2)$$

Мындан ары да көптөгөн формулаларды үйрөнөсүң. Аларды да (3), (4), … деп улантып белгилейбиз.

Көнүгүүлөр

12. Теңдемелерди каноникалык түргө келтир. Пайдаланылган операцияларды түшүндүр.

а) 7,5x-8,5=5,5 в) 16,9y+5=4,5y-7,9

б) $\frac{3}{5}x - 15 = \frac{2}{5}x + 5$ г) 8(4x-5)=16-5x

13. Теңдемелердин тамырларын таап, тууралыгын текшер:

а) 12x=-60; в) 7x=11; д) -16x=-4; ж) 0,45x=0;

б) -10x=6; г) 6x=-70; е) 0,5x=1,2; з) -1,5x=9.

14. Теңдемелерди чыгарып, тууралыгын текшер:

а) 3x-9=13-2x; г) 0,5a-11=44-5a; ж) x-4x=0;

б) 14-y=29-11y; д) 1,2n-1=1-n; з) x=-x;

в) 1,7-0,4m=2+1,6m; е) 0,8x+13=3-1,6x; и) 5x=6x.

15. Өзгөрүлмөнүн кайсы маанисинде:

а) 6a – 3 – туюнтмасынын мааниси 39 га барабар;

б) 2m-13 жана m+3 - туюнтмаларынын маанилери барабар;

в) 3-5c – туюнтмасынын мааниси 1-c – туюнтмасын маанисинен 1 ге кичине;

г) 2x+1 – туюнтмасын мааниси 8x+5 – туюнтмасынын маанисинен 20га чоң;

д) x тин мааниси 45-10 x – туюнтмасынын маанисинен 3 эсе кичине;

е) 9-y – туюнтмасынын мааниси y тин маанисинен 2 эсе чоң.

Үлгү: Өзгөрүлмөнүн кайсы маанисинде 3x-8 туюнтмасынын мааниси x тин маанисинен 5 эсе чоң? Бул суроого жооп алуу үчүн эмне кылуу керек? Ооба, теңдеме түзүп алуу зарыл. Ал үчүн берилген шартты байкайлы. Мында биринчи туюнтма экинчисинен 5 эсе чоң экендиги белгилүү. Демек, туюнтмалар барабар болуш үчүн экинчисин 5 эсе чоңойтуу керек.

Мындан,

$$3x-8=5x$$

теңдемеси келип чыгат. Аны чыгарып, тамырдын тууралыгын текшер.

5.4. Теңдемелердин жардамы менен маселе чыгаруу

Төмөнкү маселенин чыгарылышын байка жана түшүндүр.

16. Бир нече окуучу экскурсияга барууга камынды. Ал үчүн кандайдыр бир суммадагы акча каражатын чогултуу зарыл эле. Эгерде ар бири 75 сомдон чогултса, жалпы чыгымга 440 сом жетпей калат, ал эми 80 сомдон чогултушса, анда жалпы суммадан 440 сомго ашып кетет. Канча окуучу экскурсияга барууга камынган?

Чыгаруу:

x – окуучулардын жалпы саны болсун;

75x – окуучулардын чогулткан акчасы (1-учур);

80x – окуучулардын чогулткан акчасы (2-учур);

75x+440 – экскурсияга зарыл болгон акчанын саны (1-учур);

80 x-440 – экскурсияга зарыл болгон акчанын саны (2-учур).

Эки учурунда тең экскурсияга зарыл болгон акчанын саны бирдей. Мындан төмөндөгү теңдемени алабыз:

$$75x+440=80x-440.$$

$75x+440=80x-440$ теңдемесинин тамыры (окуучулардын саны)

$75x+446=80x-440$

$$x=880:5$$

$$x=176 \text{ (Түшүндүр).}$$

75 сомдон чогулткан учур менен 80 сомдон чогулткан учурду салыштырып, жыйынтык чыгар. Деги эле экскурсияга бардыгы болуп кандай суммадагы акча керек эле?

17. Нурландын 100 сомдук бир купюра акчасы бар. Ага жүз сомдук купюраны бардык купюралардын саны 15 боло тургандай кылып 10 жана 5 сомдук купюраларга майдалоо зарыл болуп калды. 5 сомдук купюралардын саны канча болушу керек?

18. Кеме баардык аралыкты дарыянын агымы боюнча 3 саатта өттү. Кайра кайтканда ошол эле аралыкты 5 саатта өттү. Дарыянын ылдамдыгы 5км/саат. Кеменин тынч суудагы ылдамдыгы кандай?

19. Байыркы математик Ахместин эмгегинде «Сан жана анын төрттөн бир бөлүгү 15ке барабар» - деп берилген. Ал сан канчага барабар?

20. Сан жана анын жарымы 9ду түзөт. Ал санды тап.

21. Ньютондун маселеси: «Соодагердин адегенде кандайдыр бир суммада акчасы болгон. Ал жыл сайын үй-бүлөсүнө 100 фунт которчу. Ошол эле мезгилде ал калган сумманын үчтөн бирин кайра кошуп турчу. Үч жылдан кийин ал алгачкы сумманын эки эсе көбөйгөнүн билди. Адегенде соодагердин канча акчасы болгон? (Кыргызстандын акча бирдиги сом сыяктуу, фунт – англиянын акча бирдиги).

22. Бир эле санды 20га кошуп, 100дөн кемиткенде пайда болгон туюнтмалардын суммасы алардын айырмасынан 4 эсе чоң. Белгисиз санды тап.

23. Төрт демөөрчүнүн экинчиси биринчисине караганда 2 эсе көп каражат берди, үчүнчүсү – экинчисине караганда үч эсе көп берди.

Төртүнчүсү – үчүнчүсүнө караганда төрт эсе көп берди. Биринчи демөөрчү канча каражат берди?

24. Каздардын тобу учуп бараткан. Аларга карама-каршы бир каз учуп келе жаткан. Ал мындай деди: «Саламатсыңарбы, жүз каз!». Баштап келе жаткан каз ага мындай дейт: «Жок, биз 100 эмеспиз! Мына, эгерде бизге дагы ушунча кошулса, дагы жарымыбызча кошулса, дагы биздин төрттөнирибизче кошулса, дагы сен кошулсаң, анда жүз болобуз. Эми биздин азыр канча экенибизди билип ал?»

25. Кубат 50 жашта, ал эми баласы 20 жашта. Канча жыл мурда Кубат баласынан 3 эсе улуу болгон?

26. Бегимай менен Айгерим 7 сомду өз ара бөлүп алышты. Алардын бирөө экинчисине караганда 3 сомго көп алды. Кыздардын ар бирине канчадан акча тийген?

5.5. Эки белгисиздүү сызыктуу теңдеме

Кээ бир маселелерди чыгарууда бир белгисиздүү теңдеме жетишсиздик кылат. Аларды төмөндөгү маселелерден байкайлы.

Маселе: Эки сандын суммасы 5ке барабар. Ал кайсы сандар?

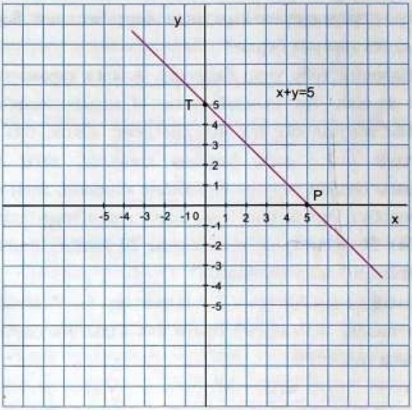
Маселеге $x+y=5$ теңдемеси жазылат. Мында, x тин коэффициентин a деп, y тикин b деп, бош мүчөнү c деп белгилейли. Анда $a=1$, $b=1$, $c=5$ экени көрүнүп турат. Анын көп чыгарылышы болушу мүмкүн.

$x=0,1,2,3,4,5$ болсо, анда $y=5,4,3,2,1,0$ болот да, (0;5), (1;4), (2;3), (3;2), (4;1), (5;0) түгөй сандар теңдеменин чыгарылыштары.

Демек, эки белгисиздүү теңдеменин тамырлары чексиз көп болушу мүмкүн.

Эки белгисиздүү теңдеменин чыгарылышы түгөй сандар болгондуктан, ал түгөйдү координаталык тегиздикте бир чекит менен сүрөттөсө болот.

Мисалы, жогорку маселеде (0;5), (1;4), (2;3), (3;2), (4;1), (5;0) чекиттеринин координаттары $x+y=5$ теңдемесинин чыгарылыш болушат. Чекиттердин көптүгү теңдеменин графигин берет. 15-чиймени кара. Түшүндүр. Маселенин чыгарылышы катарында чексиз көп түгөйлөрдү атооо болот. Мисалы, (6;-1), (7;-2) ж.б.у.с.



15-чийме.

Мындан, эки белгисиздүү сызыктуу теңдеменин графиги түз сызык экени көрүнүп турат.

Маселеге карап, эки аныктама бер: эки белгисиздүү сызыктуу теңдеме деген эмне жана анын чыгарылышы деп эмнени айтабыз.

Эки белгисиздүү сызыктуу теңдеме жалпы түрдө ax+by=c деп жазылат. Мында x, y - өзгөрүлмө же белгисиз сандар, a, b, c – сан же тамгалуу туюнтмалар.

Эки белгисиздүү теңдеме да бир белгисиздүү теңдемеге тиешелүү болгон касиеттерге ээ:

1. Бирдей чыгарылыштарга ээ болгон эки белгисиздүү теңдемелер тең күчтүү болушат.

2. Эки өзгөрүлмөлүү теңдеменин кошулуучуларын анын бир жагынан экинчи жагына карама-каршы белги менен алып өтүүгө болот.

3. Эки өзгөрүлмөлүү теңдеменин эки жагын нөлдөн айырмалуу бир эле санга көбөйтүүгө болот.

4. Эки өзгөрүлмөлүү теңдеменин эки жагын нөлдөн айырмалуу бир эле санга бөлүүгө болот.

5. Эки өзгөрүлмөлүү теңдеменин эки жагына бир эле санды кошууга болот.

Көнүгүүлөр

27. 2x+5y=27 теңдемесин мүнөздө. a, b, c лар кайсылар?

28. *xy+y=10* теңдеменин чыгарылыштары төмөнкү түгөй сандардын арасында барбы?

(-2; -10), (0;10), (2;4), (3;25).

29. *xy=6* теңдеменин чыгарылыштары кайсылар?

30. *2y+x=4* теңдемесинен y ти x аркылуу, андан кийин тескерисинче, x ти y аркылуу туюнт.

31. 10x-y=15 теңдемесинин тамырларын изилдеп көр.

5.6. Эки белгисиздүү теңдемелердин системасы

Жогоруда эки белгисиздүү теңдеменин чыгарылыштары көп болушун көрдүң. Ал эми маселенин шартына ылайыктуу болгон өзгөрүлмөлөрдүн маанилери чектүү болуу талабы коюлушу мүмкүн. Андыктан, эки белгисиздүү теңдемелердин системасы каралат.

Жалпы түрдө ал төмөнкүчө жазылат:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Мында, a, b, c, a_1, b_1, c_1 – ар кандай сандар же туюнтмалар, алар эки теңдемедеги бирдей чоңдуктарды туюнтат.

Маселени карайлы.

Биринчи бидондо экинчисине караганда эки эсе көп сүт болгон. Биринчи бидондон 30 л, экинчисинен 20 л сүт куюп алгандан кийин, биринчисинде экинчисине караганда 3 эсе көп сүт калды. Адегенде ар бир бидондо канча сүт болгон?

x-биринчи бидондогу сүттүн көлөмү;

y-экинчи бидондогу сүттүн көлөмү;

x-30 – биринчи бидондо калган сүттүн көлөмү;

y-20 – экинчи бидондо калган сүттүн көлөмү.

Теңдеме түзүү үчүн маселенин шартын эске алалы: 1-бидондогу сүттүн көлөмү 2 эсе көп; 1-бидондо калган сүттүн көлөмү 3 эсе көп. Демек, теңдеме түзүү үчүн 2-бидондогу сүттү 2 жана 3 кө көбөйтүү керек. Түшүндүр.

Төмөнкү теңдемелердин системасын алабыз:

$$\begin{cases} x = 2y \\ x - 30 = 3(y - 20) \end{cases}$$

Мындай системаларды чыгаруунун бир нече ыкмалары бар. Аларды карап көрөлү.

а) Ордуна коюу ыкмасы.

Жогорудагы системаны алалы: $\begin{cases} x = 2y, \\ x - 30 = 3(y - 20) \end{cases}$

Системада x тин мааниси көрүнүп турат: ал 2y ке барабар. Аны 2-чи теңдемеге x тин ордуна коёлу: 2y-30=3(y-20) түрүндөгү бир белгисиздүү теңдемеге келдик. Аны чыгарууну билесиң:

$$2y-30=3y-60,$$
$$2y-3y=30-60,$$
$$-y=-30 \quad | \ (-1)$$
$$y=30.$$

y тин маанисин 1-теңдемеге коюп, x тин маанисин табабыз:

$$x=2y,$$
$$x=2 \cdot 30,$$
$$x=60.$$

Демек,

$$x=60, \ y=30.$$

Мындан (60:30) түгөй саны системанын чыгарылышы болуп, маселенин жообун аныктайт: 1-бидондо 60 л, 2-бидондо 30-л сүт болгон. Текшерип көр. Ал үчүн маселенин шартына кайрыл.

б) Теңдемелерди мүчөлөп кошуу же кемитүү ыкмасы.

$$\begin{cases} 2x-3y=30, \\ 2x+6y=57 \end{cases} \qquad -\begin{array}{r} 2x-3y=30, \\ 2x+6y=57 \\ \hline -9y=-27 \end{array}$$

Карап көр: теңдемелер мүчөлөп кемитилди. 2x-2x=0 болуп, y калды.

y=(-27):(-9) y=3.

y=3 маанисин 1-теңдемеге y тин ордуна коёбуз:

2x-3•3=30,

2x-9=30,

Жообу: $\begin{cases} x=19,5 \\ y=3 \end{cases}$

2x=39,

x=19,5.

в) Коэффициенттерди теңдеп алып, б) ыкмасын колдонуу.

Төмөнкү системаны чыгаруу талап кылынсын.

$$\begin{cases} 8x-3y=46, | \cdot 2 \\ 5x+6y=13 \end{cases}$$

Системадагы 1-тендемени 2 ге көбөйтүп, 2-теңдемеге мүчөлөп кошобуз:

$$+\begin{array}{r} 16x-6y=92, \\ 5x+6y=13 \\ \hline \end{array}$$

21x=105

x=105:21

x=5

x тин маанисин теңдемелердин бирөөнө коюп, *y* ти тап.

Карап көр: кошуу же кемитүүдөн мурда кайсы бир коэффициенттерди теңдеп алуу керек. Мисалы, 1-теңдеменин эки жагын тең 2ге көбөйтүп, (анын жазылышын байка) 16x-6y=92 – теңдемесине келебиз да теңдемелерди мүчөлөп кошобуз. Аягына чейин түшүндүр. y тин маанисин аныкта. Ал үчүн берилген теңдеменин х ин анын мааниси менен алмаштыр.

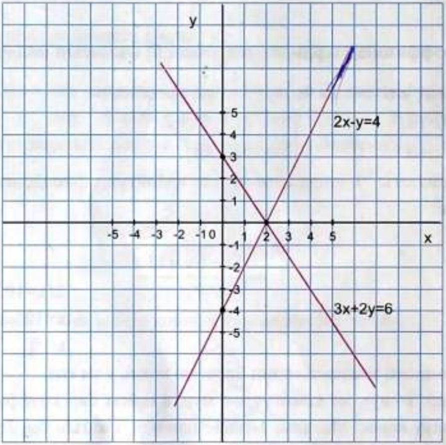
г) Теңдемелер системасын график аркылуу чыгаруу.

$$\begin{cases}3x+2y=6,\\2x-y=4\end{cases}$$

Ар бир теңдеменин графигин эки чекити боюнча түзөлү: 1-теңдемеде x=0 болсо, y=3 (түшүндүр), y=0 болсо, x=2, б.а. график (0;3) жана (2;0) чекиттери аркылуу өтөт.

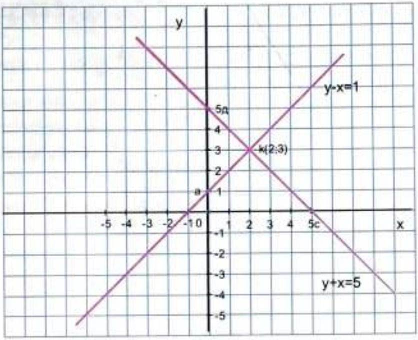
2-теңдемеде x=0 болсо, y=-4, ал эми y=0 болсо, анда x=2, б.а. график (0; -4) жана (2;0) чекиттери аркылуу өтөт. 16-чиймени кара.

Теңдемелердин графиктери (2;0) чекитинде кесилишти. Башкача айтканда, x=2, y=0 маанилери системадагы теңдемелердин ар бирин канааттандырат.



16-чийме.

д) $\begin{cases} y - x = 1, \\ y + x = 5 \end{cases}$ системасынын чыгарылышын 17-чиймеден байка. Оюңду түшүндүр.



17-чийме.

Тапшырмалар

32. Теңдемелердин системаларын өзүңө ыңгайлуу болгон жол менен чыгар.

1. $\begin{cases} 3x + y = 8 \\ 7x + 2y = 23 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 3x - y = 0, \\ 5x - y = -4 \end{cases}$ 3. $\begin{cases} 2x - y = 3, \\ x + y = 3 \end{cases}$

4. $\begin{cases} 3x + 4e = 0, \\ 2x + 3y = 1; \end{cases}$ 5. $\begin{cases} 5x + 6y = -20, \\ 9y + 2x = 25; \end{cases}$ 6. $\begin{cases} 7x + 2y = 0, \\ 4y + 9x = 10; \end{cases}$

7. $\begin{cases} 3x + 1 = 8y, \\ 11y - 3x = -11. \end{cases}$ 8. $\begin{cases} 3(x-5) - 1 = 6 - 2x, \\ 3(x - y) - 7y = -4; \end{cases}$

9. $\begin{cases} 6(x + y) - y = -1, \\ 7(y + 4) - (y + 2) = 0; \end{cases}$ 10. $\begin{cases} 2(3x - 2y) + 1 = 7x, \\ 12(x + y) - 15 = 7x + 12y; \end{cases}$

11. $\begin{cases} 5(x+2y)-3=3x+5, \\ 4(x-3y)-50=-22y; \end{cases}$

12. $\begin{cases} 3(x+y)-7=12x+y, \\ 6(y-2x)-1=-45x; \end{cases}$

13. $\begin{cases} 4x+1=5(x-3y)-6; \\ 3(x+6y)+4=9y+19. \end{cases}$

14. $\begin{cases} 5y+8(x-3y)=7x-12; \\ 9x+3(x-9y)=11y+46; \end{cases}$

15. $\begin{cases} -2(a-b)+16=3(b+1), \\ 6a-(a-5)=-8-(b+1). \end{cases}$

Өзүңдү текшер!

А мамычасындагы ар бир түшүнүктүн Б мамычасындагы тиешелүү аныктамасын тап:

1. ________
2. ________
3. ________
4. ________
5. ________
6. ________
7. ________

А	Б
1. Бир белгисиздүү теңдеме	а) $\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$
2. Теңдеменин тамыры	б) Бирдей тамырга ээ болгон теңдемелер
3. Бир белгисиздүү теңдемени чыгаруу	в) $ax=b$ түрүндөгү теңдемелер, мында x- өзгөрүлмө, ал эми a, b – каалагандай сандар.
4. Тең күчтүү теңдемелер	г) $ax+by=c$
5. Бир белгисиздүү сызыктуу теңдеме жана аны чыгаруу	д) Өзгөрүлмөнүн теңдемени туура барабардыкка айландыруучу мааниси
6. Эки белгисиздүү сызыктуу теңдеме	е) Теңдеменин тамырын табуу же анын жок экендигин далилдөө
7. Эки белгисиздүү сызыктуу теңдемелер системасы	ж) Жалгыз гана өзгөрүлмөнү камтыган барабардык

VI ГЛАВА

ЫКТЫМАЛДУУЛУК ТЕОРИЯСЫНЫН ЖАНА МАТЕМАТИКАЛЫК СТАТИСТИКАНЫН ЭЛЕМЕНТТЕРИ

Түйүндүү түшүнүктөр:

1. Мүмкүн эмес окуя.
2. Ишенимдүү окуя.
3. Кокустук окуя.
4. Ыктымалдуулук.
5. Арифметикалык орто маани.
6. Мода.
7. Медиана.
8. Полигон.

6.1. Ыктымалдуулук теориясына киришүү

Бүгүнкү күндө «ыктымалдуулук теориясы» деп аталган математиканын бөлүгү болуп көрбөгөндөй өнүгүүдө. Анын маңызы эмнеде? Ыктымал деген сөз эмнени билдирет? Турмушта кайсы бир окуянын, кубулуштун болушу же болбошу ар кандай шарттарга көз каранды болуп, «мүмкүн», «ыктымал» сөздөрү менен түшүндүрүлөт.

Мисал келтирели. Эртең жаандын жаашы же жаабашы адамдарды кызыктырат да, анын аткарылышы болжолдонот: жаздын ар бир күнүндө жаандын жаашынын ыктымалдыгы жай мезгилине караганда көбүрөөк болот. Биз карап жаткан ыктымалдуулук теориясында «көбүрөөк», «азыраак» деген жалпы түшүнүктөрдүн ордуна окуянын же кубулуштун келип чыгыш ыктымалдуулугу сан аркылуу так туюнтулат.

Мисалы, бүгүн жаан жаайт же жаабайт деген эки гана кубулуш болушу ыктымал. Аталган окуяларды латын баштамгалары менен белгилейли.

A - «Бүгүн жаан жаайт»;

B - «Бүгүн жаан жаабайт».

Демек, баардыгы болуп 2 кубулушту көрүп турабыз. Алардын ар биринин келип чыгуу ыктымалдуулугу теңме-тең, б.а. 50%ден болот. Муну бөлчөк менен туюнтсак $\frac{1}{2}$ ден туура келет.

Ыктымалдуулук теориясында ал төмөнкүчө туюнтулат:

$$P(A)=\frac{1}{2}, \qquad P(B)=\frac{1}{2}$$

P(A) - A окуясынын келип чыгуу ыктымалдуулугун, ал эми P(B) - B окуясынын келип чыгуу ыктымалдуулугун туюнтат.

Турмушта окуялар ар түрдүү болот. Мисалы, кыштын күздөн кийин келиши - ишенимдүү кубулуш, динозаврлардын азыркы шартта тирилиши - мүмкүн эмес окуя, ал эми жайдын күнү кардын жаашы кокустук окуя.

Мындан, ишенимдүү окуянын ыктымалдуулугу 100% же 1 бүтүндү түзөт. Ал эми мүмкүн эмес окуянын ыктымалдуулугу 0гө барабар.

Кокустук окуянын ыктымалдуулугу 0 менен 1дин арасында болот.

Төмөнкү мисалдарды карап көр.

1. Тунук эмес идишке 100 жалаң ак шар салынган. Төмөнкү окуяларды карайлы:

A – «Каалагандай алынган шар ак болот».

B – «Каалагандай алынган шар кара болот».

P(A) жана P(B) эсептегиле.

Шарт боюнча идиштеги шарлардын баардыгы ак түстө. Демек, A окуянын келип чыгышына 100 мүмкүнчүлүктүн баардыгы көмөк болот. Ал эми B окуянын келип чыгышына 100 мүмкүнчүлүктүн бири да көмөк болалбайт.

Мындан,

$$P(A)=\frac{100}{100}=1, P(B)=\frac{0}{100}=0$$

болот.

2. Тунук эмес идишке 55 ак жана 45 көк түстө шарлар салынган. Баардыгы 100 шар. Каалагандай алынган шар кандай түстө болушу ыктымал?

Ооба, ал же ак, же көк түстө болот. Демек, бул мисалда каралып жаткан окуя кокустук окуя болуп эсептелет. Кайсы түстөгү шардын келип чыгышы көбүрөөк ыктымалдуу? Эмне үчүн? Ооба, ак түстөгү шарлар көк түстөгү шарларга караганда саны жагынан көбүрөөк.

А – «Каалагандай алынган шардын түсү ак».

В – «Каалагандай алынган шардын түсү көк».

Маселенин шарты боюнча А окуясынын келип чыгышына 100 мүмкүнчүлүктүн 55и көмөкчү болот. Ал эми В окуясынын келип чыгышына 100 мүмкүнчүлүктүн 45и көмөкчү болот.

Буларды төмөнкүчө жазууга болот:

$$P(A)=\frac{55}{100}=0{,}55;\ P(B)=\frac{45}{100}=0{,}45.$$

Биз жогоруда «ишенимдүү окуя», «мүмкүн эмес окуя», «кокустук окуя», «окуянын ыктымалдуулугу» түшүнүктөрүн мисалдардын жардамында талдадык. Эми алардын ар бирине аныктама берели.

6.1.-аныктама

А окуясынын ыктымалдуулугу деп анын **келип чыгышына көмөкчү окуялардын санынын баардык мүмкүн болгон окуялардын жалпы санына болгон катышын айтабыз.**

$P(A)=\frac{m}{n}$, мында m - көмөкчү окуялардын саны, ал эми n - мүмкүн болгон баардык окуялардын жалпы саны.

Бул аныктамадан төмөндөгү натыйжалар келип чыгат.

1-натыйжа. А ишенимдүү окуянын ыктымалдуулугу 1ге барабар.

Башкача айтканда, $P(A)==\frac{m}{n}=1$, анткени, m=n.

55
45
10

2-натыйжа. В мүмкүн эмес окуянын ыктымалдуулугу 0гө барабар. Башкача айтканда, $P(B) = \frac{m}{n} = 0$, анткени, m=0.

3-натыйжа. С кокустук окуянын ыктымалдуулугу 0 менен 1дин арасында болот. Башкача айтканда,

$$0 < \frac{m}{n} < 1 \text{ же } 0 < P(C) < 1 .$$

Окуялардын ыктымалдуулуктарын эсептөөнүн жалпы ыраатты:

1) Окуяны латын баштамгалары менен белгилейбиз;

2) Мүмкүн болгон окуялардын жалпы санын n тамгасы менен белгилеп аныктайбыз;

3) Көмөкчү окуялардын m деп белгилеп, анын санын аныктайбыз;

4) $\frac{m}{n}$ - катышын эсептейбиз. (m жана n дин маанисин түшүндүр).

5) $P(A) = \frac{m}{n}$ - формасында жазабыз;

6) Окуянын түрүн аныктайбыз.

Көнүгүүлөр

3. Мергенчи 100 жолку атууда 92син бутага тийгизет. Ыктымалдуулукту эсептеп, мергенчинин бутага тийгизиш мүмкүнчүлүгүн мүнөздө.

4. Автозавод чыгарган 1000 машинанын 16сы дефект менен чыгат. Жараксыз машиналардын чыгарылышынын ыктымалдуулугун эсептеп, заводдун ишине мүнөздөмө бер.

5. Кайсы бир шаарда жылдын 1-кварталында балдардын төрөлүшү мындайча жыйынтыктарды берди:

Январда – 145 эркек, 135 кыз,

Февралда – 142 эркек, 136 кыз,

Мартта – 152 эркек, 140 кыз.

Эркек балдардын төрөлүшүнүн ыктымалдуулугу кандай?

6. Биринчи аткыч 100нөн 80нин, ал эми экинчиси – 100нөн 70ин бутага тийгизет. Эгерде эки аткыч тең бутага бир мезгилде атса, анда бутага тийгизүүнүн ыктымалдуулугун тап. Эки аткычтын жок дегенде биринин атканы бутага тийсе, максат аткарылды деп эсептелет.

7. Кутучадагы 1, 2, 3 номерлүү үч лотерея билетин катары менен сууруп алышты. Билет номерлеринин удаалаштыгынын баардык варианттары бирдей ыктымалдуулукка ээ. Жок дегенде бир билеттин өз номери катар номери менен дал келишинин ыктымалдуулугун эсепте.

8. 36 карта аралаштырылды. Карталардын мүмкүн болгон жайгашуулары бирдей ыктымалдуулукка ээ. Төрт туздун катары менен жайгашып калышынын ыктымалдуулугун тап.

9. Текчеде 40 китеп кокустук иретинде жайгашкан. Алардын арасында Ч.Т.Айтматовдун 8 томдугу да бар. Бул томдордун солдон оңду карай өсүү тартибинде жайгашышынын ыктымалдуулугун эсепте. Катары менен жайгашышы шарт эмес.

10. Үч тыйын монетасы ыргытылды. Эң жөнөкөй окуялар бирдей ыктымалдуулукка ээ. Төмөндөгү окуялардын ыктымалдуулуктарын эсепте:

A= «биринчи монета герби менен түштү»,

B= «экөө тең герби менен түштү»,

C= «герб экиден ашык түшкөн жок».

11. Бишкекте кокусунан кармалган автомашинанын төрт орундуу номеринин а) цифралары ар түрдүү; б) эки гана цифрасы окшош; в) окшош цифралуу эки түгөй; г) үч бирдей цифралуу; д) баардык цифралары бирдей болушунун ыктымалдуулугун эсепте.

6.2. Математикалык статистиканын элементтери

Турмушта ар кандай окуялар кездешет. Кээ бир окуялар сейрек, кээ бирлери массалык түрдө жыш болуп өтөт.

Бизди массалык түрдө болуп өтүүчү окуялар кызыктырат. Анткени, алардын турмушка тийгизген таасири ар кандай жагдайды түзүшү мүмкүн.

Мисалы, жумурият боюнча дан өсүмдүктөрүнүн түшүм көлөмү, 1-класска кирүүчү балдардын жалпы саны, орто мектепти аяктоочулардын саны, ЖОЖ талапкерлеринин саны. Булардын кандайдыр бир мезгил аралыгында сандык өзгөрүш себептерин билүү зарылдыгы бар. Мисалы, 1-класска кирүүчүлөрдүн жалпы саны окуулуктарды, мугалимдерди даярдоо, окуу жабдууларын чыгаруу ж.б. көптөгөн жагдайларды аныктоого жардам берет.

Ушул сыяктуу зарылчылык турмуштун баардык тармактарында пайда болот. Бул сыяктуу маселелерди чечүүдө табууга математиканын **математикалык статистика** деген бөлүгү көмөктөшөт.

Ар кандай илимдин максаты - кубулуштун агымын алдын ала көрүүгө жана типтүү кырдаалдарда рационалдуу жолду тандоого мүмкүнчүлүк берүүчү кээ бир мыйзам ченемдүүлүктөрдү таанып билүү.

Байкоо - бул илимий маалыматтардын булагы. Бирок, объектиге бир гана жолу байкоо жүргүзүү кубулуштун жалпы мыйзамченемдүүлүгүн чагылтпайт. Кубулуш баш ийген жалпы мыйзамченемдүүлүктү табуу үчүн аны бирдей шарттарда **бир нече жолу** сыноо керек.

1-мисал. Иштин башында жакшы даярдалган станок убакыттын өтүшү менен тактыгын жоготот. Натыйжада чыгарылган товардын сапаты начарлайт. Сапаттын начарлашына кесүүчү аспаптын мокошу да себепчи болот. Станокту токтотуп, аны оңдоо же аспабын алмаштыруу **учурун** аныктоо керек.

Ал учурду аныктоонун жалгыз ыкмасы - бул даярдалган товардын сапатын текшерүү. Кесүүчү аспапты 2 сааттан кийин алмаштыруу керектигин биринчи байкоо көрсөттү дейли. Жалгыз эле ушул байкоонун негизинде станоктун бычагын ар 2 саатта алмаштыра берүүгө болобу? Албетте, болбойт. Негиздүү жыйынтыктарга келүү үчүн көп сандаган байкоолордун маалыматтары зарыл. Байкоолор бирдей шарттарда (бычактар бирдей сапатта, даярдык ж.б. көзөмөлгө алына турган факторлор бири биринен айырмаланбайт) өткөрүлүш керек.

Маалыматты топтоо кандайча уюштурулушу керек? Байкоолордун жалпы саны канча болушу зарыл? Практикалык тыянактар кандайча негизделиши керек?

2-мисал. Түшүмдүүлүк жер семирткичтердин санынан, жердин иштетилиш сапатынан көз каранды экендиги белгилүү. Бул көз карандылыкты аныктоо үчүн көп сандагы участоктордо түшүмдүүлүк, жер семирткичтердин саны, түшүм жыйноо шарты ж.б. боюнча маалыматтар топтолду дейли.

Ушул маалыматтарды пайдаланып, түшүмдүүлүктүн жер семирткичтердин санынан жана кыртышты иштетүү сапатынан сандык көз карандылыгын аныктоого жана түшүмдүүлүктү алдын ала айтууга пайдаланса болот.

Кубулуштардын мыйзамченемдүүлүгүн үйрөнүүдө **көзөмөлгө алынуучу факторлорду** аныктап алуу керек.

6.1. пункутунда айтылган ишенимдүү, мүмкүн болбогон окуяларга же кубулуштарга караганда кокустук окуялары же кубулуштары жашоодо көп кездешет. Кокустук окуяларынын же кубулуштарынын ыктымалдуулуктары 0 менен 1дин арасында өзгөрүп тургандыктан, аны тагыраак аныкташ үчүн бир эмес бир канча жолу массалык түрдө сынап көрүү зарылчылыгы келип чыгат. Мындай окуяларды **массалык кокустук окуялары** деп аташат.

6.2.1. - аныктама.

Математикалык статистика - бул **массалык кокустук окуяларындагы** мыйзам ченемдүүлүктөрдү аныктоо үчүн жүргүзүлгөн сыноолорду топтоо, ыраатташтыруу жана алардын жыйынтыктарын жалпылоо методдорун үйрөнүүгө арналган математиканын бир бөлүгү.

Математикалык статистикага тиешелүү болгон бир нече түшүнүктөр бар.

Аларды төмөндөгү мисалдардын жардамында карап көрөлү.

1. Мектептин окуу бөлүм башчысы 7-класстын окуучуларынын «Алгебра» сабагынан жетишүүлөрүн аныктоо үчүн 100 окуучуга сурамжылоо жүргүздү. Эсептөө жеңил болсун үчүн окуучулардын жетишүүлөрүн шарттуу түрдө, «таптакыр түшүнбөйм» - 1; «анча-мынча түшүнөм» - 2; «орточо түшүнөм» - 3; «ортодон жогору түшүнөм» - 4; «жакшы түшүнөм» - 5; «абдан жакшы түшүнөм» - 6 – деп белгилеп алды. Төмөнкүдөй жыйынтыктарды алды:

5, 1, 4, 5, 4, 3, 5, 5, 2, 5, 5, 6, 4, 3, 1, 5, 2, 5, 5, 5, 3, 3, 3, 6, 6, 5, 6, 5, 3, 4, 5, 4, 6, 6, 5, 2, 1, 5, 4, 5, 5, 3, 6, 4, 5, 5, 4, 3, 5, 5, 5, 4, 5, 6, 1, 5, 2, 6, 4, 4, 3, 5, 6, 3, 5, 6, 2, 5, 4, 5, 5, 4, 6, 5, 2, 5, 3, 4, 5, 6, 5, 5, 3, 5, 4, 6, 6, 5, 5, 4, 5, 5, 6, 5, 6, 5, 5, 6, 5, 5.

Байкоонун жыйынтыктарын изилде жана такта.

Мында окуучулардын билим деңгээли **белги** (критерий), ал эми ал боюнча алынган сандар **статистикалык маалыматтар** болуп эсептелет. Статистикалык маалыматтарды изилдөө үчүн аларды топтоштуруп алуу зарыл. Белгинин байкалган маанилерин өсүү тартибинде жайгаштыралы.

Жыйынтыгында, ранжирленген төмөндөгү катарды алабыз:

1, 1, 1, 1 – 4 жолу; 2, 2, 2, 2, 2, 2 – 6 жолу; 3, 3, 3, …, 3 – 12 жолу; 4, 4, 4, …, 4 – 16 жолу; 5, 5, 5, …, 5 – 44 жолу; 6, 6, 6, …, 6 – 18 жолу.

6.2.-аныктама

Белгинин байкалган маанилерин өсүү тартибинде жайгаштыруу операциясы **статистикалык маанилерди ранжирлөө** деп аталат.

Ранжирленген катарда белги (окуучунун билим деңгээли) алты түрдүү маанилерди кабыл алды: биринчи, экинчи, үчүнчү ж.б. алтынчы деңгээлге чейин.

6.3.-аныктама

Белгинин ар түрдүү маанилери - **варианттар**, ал эми белгинин маанилеринин өзгөрүшү **вариациялоо** деп аталат.

Жогорудагы мисалда белги 6 түрдүү маанилерди кабыл алды, тактап айтканда, 6 вариант: 1-вариант 4 жолу, 2-вариант – 6 жолу ж.б.

6.4.-аныктама

Байкоолордун катарында ар бир варианттын канча жолу кайталанышын туюнтуп турган сан **варианттын жыштыгы** деп аталат.

Ранжирленген катарды төмөндөгүдөй таблица түрүндө беребиз:

Билим деңгээлдер x	Окуучулардын саны m_x	Окуучулардын үлүштөрү w_x
1	4	0,04
2	6	0,06
3	12	0,12
4	16	0,16
5	44	0,44
6	18	0,18
$\sum$	100	1

1-таблица

6.2.5.-аныктама

Варианттардын арасындагы жыштыктардын бөлүштүрүлүшүн талдоого мүмкүнчүлүк берүүчү катар **дискреттик вариациялык катар** деп аталат.

Эгерде алгачкы берилген катар белгинин кандайча өзгөрөрү тууралуу эч кандай маалымат бере албаган болсо, вариациялык катар төмөндөгүдөй корутундуларды жасоого мүмкүнчүлүк берет: окуучулардын билим деңгээли 1ден 6га чейин өзгөүрп турат; 5-деңгээл көп жолугат; билим деңгээли өскөн сайын тиешелүү билим деңгээли бар окуучулардын саны да өсөт.

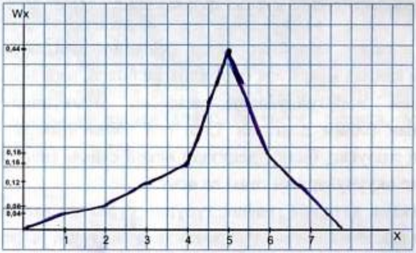
Вариациялык катарды график түрүндө сүрөттөө вариацияланыш закончөнемдерин көрсөтмөлүү формада туюнтууга жардам берет. Вариациялык катарды **полигон, гистограмма, кумулятивдик ийри сызык** түрүндө сүрөттөшөт. Биз мында **полигон жана гистограмма** менен гана чектелебиз. Ал эми кумулятивдик ийри сызык кийинки класстарда каралат.

Полигон, эреже катары, дискреттик катарды сүрөттөө үчүн колдонулат. Полигонду түзүү үчүн тик бурчтуу координаталар системасын пайдаланабыз. ОХ огунда варианттарды, ал эми ОУ огунда тиешелүү түрдө алардын жыштыктарын белгилейбиз. Демек, (*x; mx*) – чекити *mx* жыштыктагы х вариантына туура келет. Кээде (*x; mx*) чекиттеринин ордуна (*x; wx*) чекиттерин алышат. Андан кийин бул чекиттерди кесиндилер аркылуу удаалаш туташтырышат. Пайда болгон сынык сызык **полигон** деп аталат.

2. 1-таблицада берилген маалыматтар боюнча полигон түз.

3. Механикалык цехте иштеп жаткан жумушчу-станочниктердин өткөн жылга салыштырмалуу эмгек өндүрүмдүүлүгүн иликтеп жүргөн адис-менеджер 117 жумушчудан процент менен туюнтулган төмөндөгүдөй маалыматтарды алды:

111, 85, 85, 91, 101, 109, 86, 102, 111, 98, 105, 85, 112, 98, 112, 113, 87, 109, 109, 115, 99, 105, 111, 94, 107, 99, 107, 125, 89, 104, 113, 96, 103, 145, 104, 105, 88, 103, 97, 115, 109, 89, 108, 107, 97, 106, 107, 96, 109, 116, 109, 117, 108, 109, 139, 116, 117, 103, 127, 119, 118, 125, 105, 116, 117, 106, 101, 113, 107, 105, 119, 107, 119, 111, 112, 129, 113, 106, 104, 106, 98, 123, 108, 93, 105, 106, 139, 108, 109, 93, 107, 117, 107, 118, 99, 108, 108, 119, 98, 108, 101, 109, 109, 128, 128, 127, 121, 118, 122, 116, 124, 125, 114, 126, 131, 141, 143.



1-чийме.

Каралып жаткан маселеде өткөн жылга салыштырмалуу өндүрүмдүүлүк - белги болуп эсептелет. Бул белги кабыл алуучу маанилер бири-биринен өтө кичине чоңдукка айырмаланары көрүнүп турат. Башкача айтканда, белги кандайдыр-бир аралыкта ар кандай маанилерди кабыл ала бериши мүмкүн. Мындай белги **үзгүлтүксүз вариацияланууучу белги** деп аталат. Берилген маалыматтар боюнча белгини мүнөздөө татаал. Дискреттүү вариациялык катарды түзүү да каалаган жыйынтыктарды бербейт. Эмне кылуу керек?

Маанилүү жыйынтыкка келүү үчүн өндүрүмдүүлүктөрүнүн чоңдуктары 10%дын тегерегинде өзгөүрп турган жумушчулар жөнүндө статистикалык маалыматтарды бириктиребиз. Топтоштурулган маалыматтарды таблица түрүндө беребиз.

Өндүрүм -дүүлүк	Жумушчулар -дын саны *m*	Жумушчулар-дын үлүшү *w*	Топтомо жыштык *mmon*	Топтомо жыштык *wmon*
80-90	8	8/117	8	8/117
90-100	15	15/117	23	23/117
100-110	46	46/117	69	69/117
110-120	29	29/117	98	98/117
120-130	13	13/117	111	111/117
130-140	3	3/117	114	114/117
140-150	3	3/117	117	117/117
$\sum$	117			

2-таблица.

2-таблицада жыштык m канча жолку сыноодо белги бул же тигил интервалда камтылган маанилерди кабыл алгандыгын көрсөтөт. Мындай жыштык **интервалдык** деп аталып, ал эми анын байкоолордун жалпы санына болгон катышы – **интервалдык жыштык** деп аталат. Белгинин маанилеринин интервалдар аралык бөлүштүрүлүшүнүн жыштыгын талдоого мүмкүнчүлүк берүүчү таблица **интервалдык вариациялык катар** делет.

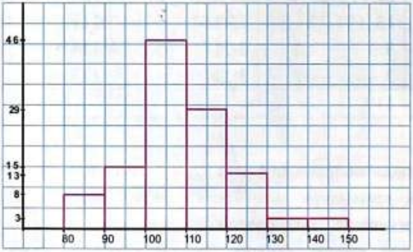
2-таблицада берилген интервалдык вариациялык катар жумушчулардын өндүрүмдүүлүк интервалдары боюнча бөлүштүрүлүш закон ченемдүүлүгүн аныктоого мүмкүнчүлүк берет.

Таблицада интервалдардын жогорку чектери үчүн топтомо жыштыктар келтирилген. Мисалы, 110го барабар болгон 3-интервалдык жогорку чек үчүн топтомо жыштык 69га барабар. Башкача айтканда, 110%дан ашпаган өндүрүмдүүлүккө ээ 8+15+46=69 жумушчу үчүн жыштык 69/117 га барабар.

Эми ушул интервалдык вариациялык катардын гистограммасын түзөлү. Аны түзүү үчүн координаталардын тик бурчтуу системасында абсцисса огу боюнча вариациялык интервалдарды жайгаштырабыз. Ушул кесиндилер негиз, ал эми жыштыктар бийиктик болгон тик бурчтуктарды тургузабыз. Жыйынтыгында, тик бурчтуктардан турган шаты түрүндөгү фигурага ээ болобуз. Ал **гистограмма** деп аталат.

Эгерде абсцисса огу боюнча тик бурчтуктун туурасы бир бирдик, ал эми узундугу боюнча бир сыноо бир бирдикке барабар деп алсак, анда гистограмманын аянты байкоолордун жалпы санына барабар болот. (2-чиймени кара)

4. 2-таблицада келтирилген сан маалыматтар боюнча өткөн жылга карата отчеттук жылда бир жумушчунун орточо өндүрүмдүүлүгүн эсепте.



2-чийме.

Орточо өндүрүмдүүлүк деген эмне? Эгерде жумушчулардын ар биринин өндүрүмдүүлүгүн орточого алмаштырганда 117 жумушчунун баардыгынын өндүрүмдүүлүктөрүнүн жалпы суммасы өзгөрбөшү керек. Ошондуктан, орточо өндүрүмдүүлүк бул **орточо арифметикалык маани** болот. Баардык жумушчулардын өндүрүмдүүлүктөрүн кошуп, келип чыккан сумманы жумушчулардын санына бөлөбүз:

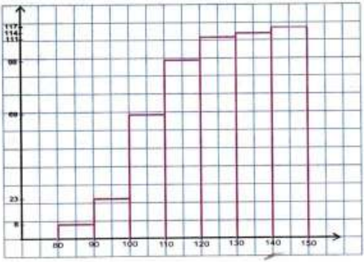
$\bar{x} = (111+85+85+\ldots+143)/117 \approx 109{,}7\%$.

Демек, **орточо арифметикалык маанини** табуу үчүн жумушчулардын өндүрүмдүүлүктөрүнүн суммасын алардын санына бөлөбүз.

Орточо чоңдуктар менен катар вариациялык катарларды мүнөздөөдө **медиана** жана **моданы** колдонушат.

Медиана деп белгинин сыноолордун (байкоолордун) ранжирленген катарынын **ортосуна туура келген маанисин** айтабыз.

Айталы, сыноолордун саны так болсун, т.а. $n=2q-1$, сыноолордун жыйынтыктары ранжирленип, төмөнкүдөй катар түрүндө берилсин: x(1), x(2), …, x(q), x(q+1), …, x(n). Мында x(i) – белгинин ранжирленген катардагы i-катар номерине туура келген мааниси. Катардын ортосуна x(q) мааниси туура келет.



3-чийме.

Ошондуктан,

$$M = x_{(q)}.$$

Эгерде сыноолордун саны жуп болуп калса, анда катардын ортосуна эки $x_{(q)}$, $x_{(q+1)}$ маанилер туура келип калат. Бул учурда $x_{(q)}$, $x_{(q+1)}$ нин орточо арифметикалык мааниси медиана катары кабыл алынат. Тактап айтканда,

$$M = \frac{(x_{(q)}, x_{(q+1)})}{2}$$

5. 1-таблицада берилген дискреттик вариациялык катардын медианасын эсепте.

Сыноолордун саны кандай? Туура. Сыноолордун жалпы саны жуп. Тактап айтканда, 100=2•50. Катардын ортосуна 50-, 51-орундагы сан маанилер туура келет. Алар – 5. Демек, (5+5)/2=5, андыктан, медиана – 5.

Мода деген эмне?

Мода деп белгинин вариациялык катарда эң көп байкалган мааниси аталат.

6. 1-таблицада берилген вариациялык катардын модасын эсепте.

Таблицаны кара. Кайсы маани эң көп жолу байкалган? Албетте, белгинин 5 деген мааниси 44 жолу байкалган. Демек, берилген вариациялык катардын модасы – 5.

7. 2-таблицада берилген интервалдык вариациялык катардын модалдык интервалын тап.

Таблицаны байка. Эң чоң жыштык кайсы? Туура, 46. Ал кайсы интервалга туура келет? Албетте. Ал 100-110 интервалына туура келет. Демек, 100-110 модалдык интервал болуп эсептелет.

Моданын экономикалык мааниси абдан чоң. Ал кайсы товарга суроо-талап жогору, азыркы учурда эмгек өндүрүмдүүлүгүнүн деңгээли кандай, өздүк нарк канча ж.б.у.с. суроолорго жооп издөөдө пайдаланууга болот. Модалдык өндүрүмдүүлүк, өздүк нарк ж.б.у.с. экономикадагы ресурстарды ачууга жардам берет.

Тапшырмалар

8. Шаардагы автомашиналардын маркаларына кызыккан изилдөөчү борбордук гараждардын биррөөндө туруктуу турууччу 120 жеңил машинага байкоо жүргүзүп, төмөндөгүдөй жыйынтык алды:
5, 7, 1, 3, 6, 5, 5, 6, 1, 2, 2, 6, 7, 3, 3, 4, 4, 6, 1, 1, 1, 6, 7, 7, 4, 6, 5, 2, 2, 2, 4, 7, 2, 2, 2, 3, 5, 5, 1, 1, 1, 2, 3, 3, 3, 5, 6, 6, 6, 4, 3, 4, 1, 2, 2, 4, 2, 2, 4, 5, 5, 6, 5, 5, 5, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 7, 2, 2, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 7, 2, 2, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 2, 3, 5, 6, 7, 1, 3, 5, 7, 2, 4, 6, 1, 7, 2, 6, 3, 5, 4, 7, 4, 3.

Мында, 1 – «Ауди», 2 – «Мерседес», 3 – «Хонда», 4 – «Тико», 5 – «Волга», 6 – «Фольксваген», 7 – «Ниссан».

Берилген статистикалык маанилерди ранжирле.

9. 8-маселеде келип чыккан ранжирленген катарды таблица түрүндө жаз.

10. 9-маселеде келип чыккан таблицаны пайдаланып полигон тургуз.

11. 9-маселеде табылган таблицаны пайдаланып, орточо арифметикалык маанини эсепте.

12. 8-маселеде берилген маалыматтарды пайдаланып, вариациялык катардын медианасын жана модасын тап. Тиешелүү жыйынтыктарды чыгарганга аракет кыл.

Өзүңдү текшер!

А мамычасындагы ар бир түшүнүктүн Б мамычасындагы тиешелүү аныктамасын тап:

1. ________ 4. ________
2. ________ 5. ________
3. ________ 6. ________
7. ________ 8. ________

А	Б
1. Мүмкүн эмес окуя.	а) Белгинин сыноолордун ранжирленген катарынын так ортосуна туура келген мааниси.
2. Ишенимдүү окуя.	б) Белгинин вариациялык катарда эң көп байкалган мааниси.
3. Кокустук окуя.	в) Ыктымалдуулугу 0гө барабар болгон окуя.
4. Ыктымалдуулук	г) Ыктымалдуулугу 1ге барабар болгон окуя.
5. Арифметикалык орто маани.	д) Дискреттик катарды сүрөттөөчү сынык сызык.
6. Мода.	е) Ыктымалдуулугу 0 менен 1дин арасында жаткан окуя.
7. Медиана.	ж) Окуянын келип чыгышына көмөктөшүүчү окуялардын санынын мүмкүн болгон окуялардын жалпы санына болгон катышы.
8. Полигон.	з) Маанилердин суммасынын сыноого катышкан объектилердин санына болгон катышы.

VII ГЛАВА

ЖАКЫНДАТЫЛГАН ЭСЕПТӨӨЛӨР

Түйүндүү түшүнүктөр:

1. Сандын абсолюттук чоңдугу.
2. Жакындатылган маани.
3. Жакындатылган маанинин абсолюттук каталыгы.
4. Абсолюттук каталыктын чеги.
5. Жакындатылган маанинин салыштырма каталыгы.
6. Санды тегеректөө.

7.1. Жакындатылган эсептөө деген эмне?

Математика сабагында маселе чыгаруу негизги иш-аракетти түзөт. Маселенин шартында берилген сандар турмуштан алынаары сага белгилүү.

Эстечи: маселелерде сан буюмдардын санын, алардын бааларын, аралыктарды, аянттарды, фигуралардын өлчөмдөрүн, азык-түлүктүн салмагын, унаалардын ылдамдыктарын, ар кандай бийиктиктерди ж.у.с. көптөгөн турмуштук кырдаалдарды мүнөздөөчү катарында каралган.

Ошол сандар турмушту туура чагылдырат деп эсептеп келгенбиз. Мисалы, маселеде «класста 35 бала окуйт» делсе 35 саны окуучулардын журналдагы тизмеси менен дал келет. Же болбосо «жактары 2 см жана 3 см болгон тик бурчтуктун аянтын эсепте» сыяктуу маселеде аянт 6 квадрат см болоорунда шек жок эле.

Ал эми Бишкек менен Каракол шаарларынын арасы 400 км деп берилсе, 400 саны чыныгы аралыкты туюнтабы? Бишкектин кайсы жеринен Караколдун кайсы жерине чейин эсептелди? Жол жебедей түз эмес, демек, анын ооп-кыйышы эске алындыбы? Мындан, 400 км тиешелүү аралыкты так туюнтарында күмөн бар. Ушул сыяктуу «күмөндүү» сандарга мисалдарды көп эле келтирсе болот. Мисалы, Ош шаарында 173000 адам жашайт. Ал эми Бишкекте мындан 3 эсе көп киши жашайт деген жагдайды алсак, сандар күмөндүү, анткени, шаардын адамдарынын санын так билүү кыйын – шаарга бирөө келсе, экинчилери кетет, келгендер, катталбай жашай берет (дагы кандай жагдай болушу мүмкүн – ойлонуп көр). «Автобус 60 км/саат ылдамдык менен жүрдү» деген жагдайды мүнөздөп көр, 60 саны ишенимдүү санбы же күмөн туудурабы? Дагы күмөндүү сандарга бир нече мисал келтирип көрчү!

«Күмөндүү» сандарды кээде «болжол менен», «жакын» сыяктуу сөздөр менен такташат. Мисалы, «Бишкек – Каракол аралыгы болжол менен 400 км», «Ошто 173000ге жакын адам жашайт», «автобустун ылдамдыгы орто эсеп менен 60 км/саат» деп айтса туура болмок.

Ал эми математикада «күмөндүү» сандарды чоңдуктун **жакындатылган мааниси** деп, аны менен болгон **операцияларды жакындатылган эсептөөлөр** деп аташат.

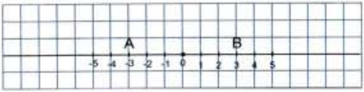
Чоңдуктун жакындатылган маанисин баалоо, анын тактыгын аныктоодон мурда сандын абсолюттук чоңдугу деген түшүнүктү карап көрөлү.

7.2. Сандын абсолюттук чоңдугу

Карама-каршы сан деген эмне? Эстечи! Туура. Белгилери менен гана айырмаланган сандарды карама-каршы сандар дейбиз. Мисалы, -3 жана 3; -5 жана 5; ж.б.

Анда 7, -8, 10, -11 сандарына карама-каршы сандар кайсылар? Ооба, ирээти менен -7, 8, -10, 11 сандарын алабыз.

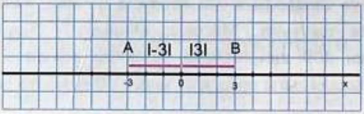
Карама-каршы сандардын сан огунда жайгашышын байка.



1-чийме.

Эмнени байкадың? Ооба, карама-каршы сандарды туюнткан чекиттерден О чекитине чейинки аралыктар бирдей. Мисалы, -3 жана 3 карама-каршы сандарын сан огунда А жана В менен белгилейли. Анда ОА жана ОВ кесиндилеринин узундуктары бирдей. Тактап айтканда, карама-каршы сандардан О чекитине чейинки аралыктар бирдей.

Ошол **аралык** сандын **модулу** же **абсолюттук чоңдугу** деп аталат да, |OA |, |OB| түрүндө белгиленет. Анда |3|=3, |-3|=3 болот, анткени, аралык терс эмес гана сан менен туюнтулат. Сан огунда модулду төмөндөгүчө белгилесе болот:



2-чийме.

|OA|, |OB| жана ушул сыяктуулардын ордуна |a| жана |b| деп жазсак да болот. Анткени, a жана b сандары A(a) жана B(b) чекиттеринин тиешелүү координаталарын туюнтат.

|a| жана |b| сандарын a жана b сандарынын **абсолюттук чоңдугу** же **модулу** деп аташат.

Эгерде a жана –a сандарын сан огунда белгилей турган болсок, анда a санынын абсолюттук чоңдугу |a| бул чекиттердин ар биринен нөлдүк чекитке чейинки аралыкты көрсөтөт. Сан огунда ал төмөнкү элести берет.

3-чийме.

7.1.- аныктама

b санынын **абсолюттук чоңдугу** |**b**| деп белгиленип, төмөнкү формула менен аныкталат:

$$|b| = \begin{cases} b, \text{ эгерде } b \geq 0, \\ -b, \text{ эгерде } b<0. \end{cases}$$

Мындан төмөнкүлөрдү айтса болот: эгерде b терс эмес сан болсо, анын |b| модулу терс эмес болот. Эгерде b терс сан болсо, анын |b| модулу (-b) менен туюнтулат.

Мисалы, |10|=10, |-6|=-(-6)=6.

Демек, сандын абсолюттук чоңдугу терс эмес сан. Тагыраак айтканда, нөл эмес b санынын абсолюттук чоңдугу оң сан, ал эми нөлдүн абсолюттук чоңдугу нөлгө барабар.

Ар кандай b саны үчүн |b|≥0 деп жазса болот. Эгерде b=0 болсо, анда |b|=0 болот. 2–чиймедеги [-a;a] кесиндисиндеги ар кандай x саны үчүн |x|≤a десе болот, тактап айтканда, ошол x саны a га барабар же андан кичине болот. Адатта муну x a дан ашпайт дешет. |x|≤a барабарсыздыкты алгебрада -a≤ x≤a деп жазышат. Муну **кош барабарсыздык** деп аташат.

Көнүгүүлөр

1. Сандардын модулдарын аныкта: 5; -4; 2; -3,5; 4; 0.

2. 1,5 санына карама-каршы санды жаз. Келип чыккан карама-каршы сандардын модулдарын сан огунда белгиле.

3. 7 саны кайсы сандардын модулу болот?

4. -3 жана 4 сандарынын абсолюттук чоңдуктарын сан огунда көрсөт.

5. 10 жана -10 сандарынын модулдарын салыштыр.

6. x саны [-2;2] кесиндисинде жайланышкан. Санды мүнөздөгөн барабарсыздыкты эки жол менен жаз.

7. -3≤x≤3 барабарсыздыгын сан огунда көрсөт.

8. y саны 5 тен ашпайт. Тиешелүү барабарсыздыкты жаз.

7.3. Сандын жакындатылган маанисинин абсолюттук каталыгы

«$\frac{1}{4}$ жана $\frac{2}{3}$ бөлчөктөрүн ондук бөлчөккө айландыр» деген тапшырма берилсин. Айландыруу операциясынын кеңири таркаган ыкмасы – жөнөкөй бөлчөктүн алымы менен бөлүмүнүн тийиндисин аныктоо.

$$\begin{array}{r|l} -10 & 4 \\ \underline{8} & 0,25 \\ -20 & \\ \underline{20} & \\ 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} -20 & 3 \\ \underline{18} & 0,666... \\ -20 & \\ \underline{18} & \\ -20 & \\ \underline{18} & \\ 2 & \end{array}$$

Биринчи бөлүү калдыксыз аткарылды: 0,25 саны $\frac{1}{4}$ бөлчөгүнүн чыныгы ондук мааниси. Ал эми экинчи бөлүүдө, калдык кала берип, бөлүү аяктабай, чексиз ондук бөлчөк пайда болот.

Демек, $\frac{2}{3} \approx 0,6$, же $\frac{2}{3} \approx 0,66$, же $\frac{2}{3} \approx 0,666$ сыяктуу көптөгөн маанилердин бирөө маселенин жообу катарында алынышы мүмкүн (эсте: $\approx$ белгиси болжолдуу барабар дегенди билдирет).

0,6; 0,66; 0,666 ... сандары $\frac{2}{3}$ нин жакындатылган маанилери болушат. Алардын кайсынысы $\frac{2}{3}$ ге тагыраак жакын?

Мына ушул суроого жооп берүү үчүн сандын жакындатылган маанисинин **абсолюттук каталыгы** түшүнүгүн карап көрөлү.

х – берилген сан болсун;

а – анын жакындатылган мааниси дейли. Төмөнкү аныктаманы түшүнүүгө аракеттен.

7.2. – аныктама.

х саны менен анын жакындатылган *a* маанисинин айырмасынын модулу х санынын жакындатылган маанисинин **абсолюттук каталыгы** деп аталат:

$$|x-a|=\alpha .$$

Адатта, чоңдуктун так х мааниси белгисиз болот (эгерде ал белгилүү болсо, анда жакындатылган маани жөнүндө кеп болмок эмес). Андыктан, абсолюттук каталыкты табууга мүмкүн болбойт. Ошентсе да кайсы бир деңгээлде аны баалоого болот.

Жогоруда каралган $\frac{2}{3}$ бөлчөктүн 0,6 жана 0,66 жакындатылган маанилерин алалы. Адатта, $0,66 \approx 0,7$ деп алынат (тегеректөө операциясына төмөндө кайрылабыз). Анда 0,6 саны **кеми менен**, ал эми 0,7 саны **ашыгы менен** алынган $\frac{2}{3}$ нин мааниси болот (чындыгында ал 0,666... дан чоң).

Демек, $\frac{2}{3}$ нин х ондук мааниси 0,6 менен 0,7 сандарынын арасында жатат. Аны $0,6 \le x \le 0,7$ (1) деп жазса болот.

Анда х тин жакындатылган а маанисин 0,65 деп болжолдойлу. *x-a* абсолюттук каталыкты аныктоо үчүн (1) барабарсыздыгынын ар бир бөлүгүнөн 0,65ти кемители (ошондо гана барабарсыздыктын мааниси өзгөрбөйт).

$0{,}6-0{,}65 \le x-0{,}65 \le 0{,}7-0{,}65$. Мындан $-0{,}05 \le x-0{,}65 \le 0{,}05$ (2) келип чыгат.

Муну $|x-0{,}65| \le 0{,}05$ деп алабыз. (7.2.ни кара). Тактап айтканда, абсолюттук каталык 0,05тен ашпайт. Адатта, x саны төмөнкүчө жазылат:

$x = 0{,}65 \pm 0{,}05$

Бул 0,65 саны x ке 0,05ке чейинки тактыкта барабар дегенди билдирет.

$|x-0{,}65| \le 0{,}05$ жазуусун жалпылап тамга менен туюнталы.

$0{,}65 = a$, $0{,}05 = \Delta a$ болсун.

Демек, $|x-a| \le \Delta a$ болот.

Тактап айтканда, $|x-a|$ абсолюттук каталык Δa дан ашпайт.

Мындан $x = a \pm \Delta a$ десе болот.

Жогоруда айтылгандардан төмөндөгү аныктамалар келип чыгат.

7.3.-аныктама.

Эгерде a жакындатылган маанинин абсолюттук каталыгы Δa ден ашпаса, тактап айтканда $|x-a| \le \Delta a$ аткарылса, анда a саны x тин Δa га чейинки тактыктагы **жакындатылган мааниси** деп аталат.

7.4.-аныктама.

Δa жакындатылган a санынын абсолюттук **каталыгынын чеги** деп аталат.

Акыркы аныктаманы канааттандырган Δa сандары чексиз көп. Ошондуктан, практикада ошол сандардын ичинен эң кичинесин жана жазылышы жагынан ыңгайлуусун тандап алышат.

Эгерде абсолюттук каталыктын чеги белгилүү болсо, анда x тин так мааниси жаткан чекараны таап алууга болот:

$$(x=a \pm \Delta a) \Leftrightarrow (a-\Delta a \le x \le a+\Delta a).$$

Көнүгүүлөр

9. Жазууларды түшүндүр:

$x = 5 \pm 0{,}05$; $x = 2{,}5 \pm 0{,}2$; $x = 0{,}82 \pm 0{,}01$.

10. x санынын жакындатылган мааниси 386. 0,5 абсолюттук каталыктын чеги. x саны камтылган чекараны көрсөт.

11. Тетиктин узундугу x (см) $38 \le x \le 39$ чектеринде камалган. Тетикти ченөөнүн абсолюттук каталыгынын чегарасын тап.

12. Төмөндөгүлөрдү кош барабарсыздык түрүндө жаз.

$x = 15 \pm 0{,}2$; $x = 102 \pm 0{,}5$; $x = 3{,}14 \pm 0{,}05$.

13. x санынын жакындатылган маанисин кеми жана ашыгы менен аныкта:

$x = 25 \pm 0{,}05$; $x = 3{,}5 \pm 0{,}15$; $x = 10 \pm 0{,}1$.

14. $x = 11 \pm 0{,}5$ болсо, x тин бир нече маанилерин аныкта.

7.4. Сандарды тегеректөө

Сандарды тегеректөө түшүнүгү жакындатылган сандар жана турмуш менен түздөн-түз байланыштуу. Турмушта, мисалы, «мектепте 995 бала окуйт» дегенди «мектепте 1000ге жакын бала окуйт» деп айтышат. Же болбосо, «автобустун ылдамдыгы орто эсеп менен 70 км/саат» дешет, анткени, автобустун ылдамдыгы жолдун шартына жараша өзгөрүп турат (ошол шарттар кайсылар? Ойлон). Демек, 995тин ордуна 1000ди алуу, же автобустун ылдамдыгы 70 км/саат болоору сандарды кайсы бир жол менен тегеректөөдөн келип чыккан.

Ал эми жакындатылган сандар менен түрдүү операцияларды жүргүзүүдө сандарды тегеректөө талабы келип чыгат. Ал белгилүү эрежелерге негизделип, чоңдуктардын өзгөчөлүгүнөн, алардын чен бирдиктеринен көз каранды болот.

Мисалы, сантиметр менен ченелген төрт бурчтуктун чоңдуктарынын (аянт, периметр) тактыгы сантиметр менен мүнөздөлөт. Ал эми метр менен ченелген жер аянтынын тактыгы 1 метрдин тегерегинде болот.

Адатта, x санынын a жакындатылган мааниси жалпысынан $x \approx a$ деп жазылат. Мисалы, $x \approx 5{,}25$ дейли. Ал $x \approx 5{,}25 \pm 0{,}01$ деп жазылып, x саны жүздүк үлүшкө чейинки тактыкта берилди деп аталат. Байка: 0,01 – абсолюттук каталык жүздүк үлүш менен туюнтулган. Демек, $x \approx 1{,}3 \pm 0{,}1$ жазуусу x саны ондук үлүшкө чейинки тактыкта берилди делет.

Анда $x \approx 18{,}128 \pm 0{,}001$ жазуусу кандай мүнөздөлөт? Ойлон!

7.3.-пункуттагы мисалды эсте: $\frac{2}{3}$ бөлчөгүнүн ондук бөлчөк түрүндө жазылышы 0,6; 0,66; 0,666 деп жазганбыз. Акыркы 0,666 маанисин жүздүк үлүшкө чейин тегеректейли, башкача айтканда, миңдик үлүшүн алып салалы.

0,66 саны кеми менен алынган маани, 0,67 ашыгы менен алынган маани болот (акыркыда жүздүк үлүш бирге чоңойтулду). Анда $|0,666-0,66|=0,006$ - биринчи учурдагы тегеректөөнүн абсолюттук катасы. $|0,666-0,67|=0,004$ - экинчи учурдагы абсолюттук ката.

Жыйынтыкта: 0,66 деген жакындатылган маанинин абсолюттук катасы 0,006; 0,67 деген жакындатылган маанинин абсолюттук катасы 0,004 болду. Демек, экинчи учурда абсолюттук катасы азыраак экен: $0,004 \le 0,006$

Мындан, **ашыгы менен алынган жакындатылган маани ылайыктуу**. Бирок, бул ар дайым аткарыла бербейт: алып салынган үлүш 5тен кичине болсо кеми менен алынган жакындатылган маани туура болот. Мисалы, x=12,123 болсо, $x \approx 12,12$ деп, акыркы 3 цифрасы алынып салынат, б.а. анын алдындагы 2 цифрасы өзгөрүүсүз калат. Эки учурда тең абсолюттук ката 0,01 ден ашпайт.

7.1. – эреже.

Сандарды тегеректөөдө биринчи алынып салынган цифра 5тен кичине болсо, тегеректөө кеми менен жүргүзүлөт, б.а. акыркы сактала турган цифра өзгөрүүсүз калат.

Мисалы, x=0,752 болсун. Анда $x \approx 0,75$ - бул жүздүк үлүшкө чейин тегеректелди. x=18,934, $x \approx 18,9$ - бул ондук үлүшкө чейин тегеректелди (биринчисинде 2 миңдик үлүшү алынып салынды, экинчисинде 3 миңдик үлүшсүз жазылды).

7.2. – эреже.

Санды тегеректөөдө биринчи алынып салынган цифра 5 жана андан чоң болсо, тегеректөө ашыгы менен жүргүзүлөт, б.а. акыркы сактала турган цифра 1ге чоңоёт.

Мисалы, x=115,149 дейли. $x \approx 115,15$ - жүздүк үлүшкө чейин тегеректелди. Түшүндүр.

Кайсы цифра алынып салынды, кайсы цифра 1ге чоңойду?

x=7,278, $x \approx 7,3$ - ондук үлүшкө чейин тегеректелди. Түшүндүр.

x=0,58157, $x \approx 0,582$ - миңдик үлүшкө чейин тегеректелди. Түшүндүр.

Бүтүн сандарды да тегеректөөгө болот. x=3247 санын онго чейин тегеректөөдөн $x \approx 3250$ саны, жүзгө чейин тегеректесе $x \approx 3200$ саны, миңге чейин тегеректегенде $x \approx 3000$ болот.

x=151,6 санын бирдикке чейин тегеректөөдө $x \approx 152{,}0$ саны келип чыгат.

Акыркы мисалдардагы тегеректөөлөрдү түшүндүр. Байка, бүтүн сандагы алынып салынган цифранын ордуна 0 жазылат, ал эми бөлчөктөгү алынып салынган ондук үлүштөр сакталбайт:

x=258 болсо, $x \approx 260$ (кайсыга чейин тегеректелди?);

x=48,259 болсо, $x \approx 48{,}26$ (кандай үлүшкө чейин тегеректелди?).

Көнүгүүлөр

15. Сандарды ондук үлүшкө чейин тегеректе: 0,15; 3,227; 15,1112; 100,092.

16. Сандарды жүздүк үлүшкө чейин тегеректе: 15,348; 0,5656; 38,009; 12,2222.

17. 9186,12891 санын ирети менен ондук, жүздүк, миңдик үлүшкө чейин тегеректе.

Ушул эле санды бирдиктерге, ондуктарга, миңдиктерге чейин тегеректе.

18. 345,815 санын ондук үлүшкө жана ондуктарга чейин тегеректе.

19. $\frac{1}{3}; \frac{3}{7}; \frac{8}{13}$ бөлчөктөрүн 0,01 чейинки тактыкта ондук бөлчөк түрүнө келтир.

20. $5\frac{3}{11}; 2\frac{9}{14}$ бөлчөктөрүн 0,001 чейинки тактыкта ондук бөлчөк түрүнө келтир.

7.5. Жакындатылган сандардын салыштырма каталыгы.

Абсолюттук ката жакындатылган сандын тактык деңгээлин мүнөздөөчү түшүнүк дедик. Бир эле сандын бир нече жакындатылган маанисинин абсолюттук каталарынын эң кичинеси тиешелүү сан тагыраак экендигин билдирет.

Мисалы, $x \approx 0{,}6 \pm 0{,}1$; $x \approx 0{,}66 \pm 0{,}01$ берилсе, $x \approx 0{,}66$ тиешелүү санга жакыныраак, б.а. тагыраак маани болот, анткени, $0{,}01 < 0{,}1$ – барабарсыздыгы аткарылат.

Бирок, баардык эле учурларда абсолюттук каталык жакындатуу деңгээлин туура мүнөздөй албайт.

Мисалы, Бишкек-Каракол аралыгы $S=(400\pm1)$ км жана калем саптын узундугу $u=(14\pm0,1)$ см болсун дейли. Абсолюттук каталарын салыштырсак 0,1 см = 1 мм, 1 км = 1000 м болуп, экинчи маани тагыраак көрүнөт, анткени, 1 мм 1 км ден көп эсе кичине. Бирок, ар бир абсолюттук каталык ченелип жаткан узундукка салыштырмалуу башка жагдайды көрсөтөт. Аны түшүнүү үчүн абсолюттук каталыктын ченелип жаткан чоңдуктун маанисине болгон катышын процент менен эсептеп көрөлү. Анда шаарлардын арасындагы аралыктын абсолюттук каталыгы 1 км болуп 400 км ге карата аныкталат.

Демек, $\frac{1}{400}\bullet100\%=\frac{1}{4}=0,25\%$ болот.

Экинчи ченөөдө: $\frac{0,1}{14}\bullet100\%\approx0,71\%$ болот.

Карап көр: калем саптын узундугун ченөөдө абсолюттук каталык 0,1 кичинекей сан болгону менен анын ченелген узундукка болгон катышы болжол менен 0,71%ды түздү.

Ал эми аралыкты ченөөдө тиешелүү катыш 0,25% болду.

Мындан, аралыкты ченөө тагыраак жүргүзүлгөнү көрүнүп турат.

Демек, ченөөнүн же эсептөөнүн тактыгы бир эле абсолюттук каталык менен мүнөздөө жетишсиз болот да **салыштырма каталык** түшүнүгүн киргизүү талабы келип чыгат.

7.3.-эреже.

Салыштырма каталык деп абсолюттук каталыктын ченелип жаткан чоңдуктун жакындатылган маанисинин модулуна болгон катышы аталат.

δ - салыштырма каталык болсун. Анда

$$\delta=\frac{|x-a|}{|a|}$$

Тапшырмалар

21. 21,59; 10,285; 0,195; 1,516 сандарын бирге чейинки тактыкта тегеректеп, абсолюттук жана салыштырма каталыктарды аныкта.

22. Ченөөлөрдүн тактыгын салыштыр:

а) $m=(286\pm1)$ км же $n=(25\pm0,1)$ км;

б) $a=(11,5\pm0,1)$ см же $b=(1,25\pm0,01)$ см;

в) $k=(115\pm1)$ м же $p=(1,15\pm0,01)$ м.

23. 0,2853; 12,4162; 110,1235 сандардын ар бирин жүздүк жана миңдик үлүштөргө чейин тегеректеп, алардын тактыгын салыштыр.

Кайсы үлүшкө чейин тегеректөө тагыраак болоорун аныкта.

24. $\frac{3}{5}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{6}{7}$ - бөлчөктөрүн жүздүк үлүшкө чейинки тактыкта ондук бөлчөккө айландыр. Эмнени байкадың? Байкагандарыңды түшүндүрүп көр.

Өзүңдү текшер!

А мамычасындагы ар бир түшүнүктүн Б мамычасындагы тиешелүү аныктамасын тап:

1.________ 4.________

2.________ 5.________

3.________ 6.________

А	Б
1. Сандын абсолюттук чоңдугу	а) Δ а жакындатылган а санынын …тактыгын мүнөздөйт
2. Жакындатылган маанинин тактыгы	б) Санды тегеректөөдө биринчи алынып салынган цифра 5 жана андан чоң болсо, тегеректөө ашыгы менен жүргүзүлөт, б.а. акыркы сактала турган цифра 1ге чоңоёт
3. Жакындатылган маанинин абсолюттук каталыгы	в) «Күмөндүү» сандар
4. Абсолюттук каталыктын чеги	г) Эгерде а жакындатылган маанинин абсолюттук каталыгы Δа ден ашпаса, тактап айтканда $\lvert x-a\rvert \leq \Delta a$ аткарылса, анда а саны х тин Δа га чейинки тактыктагы
5. Жакындатылган маанинин салыштырма каталыгы	д) Абсолюттук каталыктын ченелип жаткан чоңдуктун жакындатылган маанисинин модулуна болгон катышы
6. Санды тегеректөө	е) х саны менен анын жакындатылган а маанисинин айырмасынын модулу

КАЙТАЛОО ҮЧҮН БЕРИЛГЕН ТАПШЫРМАЛАР

I. ТУЮНТМАЛАР ЖАНА АЛАРДЫ ӨЗГӨРТҮҮЛӨР

1. Туюнтмаларды жөнөкөйлөт:

а) $-21(4-10a)-54a$; б) $28-10n+4(n+18)$.

2. Салыштыр.

а) 33 жана 0; в) $(-2,1)^2$ жана $(2,1)^2$;

б) $(1,5)^5$ жана 0; г) $(-2,05)^3$ жана $(-1)^2$.

3. Туюнтманын маанилерин тап:

а) $5^6:5^4$; в) $0,5^{10}:0,5^7$; д) $2,73^{13}:2,73^{12}$;

б) 1015:1012; г) $\left(1\frac{1}{3}\right)^8:\left(1\frac{1}{3}\right)^6$; е) $\left(-\frac{2}{3}\right)^7:\left(-\frac{2}{3}\right)^4$.

4. Эсепте:

а) $\frac{7\cdot7}{7}$ б) $\frac{3}{3\cdot3}$; в) $\frac{5\cdot5}{5}$; г) $\frac{0,6}{0,6\cdot0,6}$.

5. Эсепте:

а) $7^0+3\cdot2^5$; б) $(4\cdot2^{10})^0$; в) $(8^0-2\cdot3)^3$; г) $-4^2-12\cdot6^0$.

6. Туюнтма түрүндө жаз:

а) p жана q сандарынын суммасынын жана айырмасынын көбөйтүндүсү;

б) c жана d айырмасынын квадраты;

в) x тин жана y тин айырмасынын z менен болгон көбөйтүндүсү;

г) a-b нын c+d га болгон катышы;

д) k-p нын q чы даражасы;

е) a+d нын p-q чы даражасы;

ж) t+p нын b га болгон катышынын d-чы даражасы;

з) (m-n) дин c-чы даражасынын квадраты;

7. Өзгөрүлмөнүн кайсы маанисинде берилген туюнтмалар жашайт:

а) 7а-8,9;　　в) $\frac{5}{x-7}$;　　д) $\frac{8a}{a-9}$;

б) $\frac{45}{c}$;　　г) $\frac{y-x}{x-y}$;　　е) $\frac{x^2}{x-4}$.

II. НАТУРАЛДЫК КӨРСӨТКҮЧТҮҮ ДАРАЖА

1. Амалдарды аткар:

а) $\left(-5\frac{1}{5}\right)^5\cdot\left(-\frac{3}{7}\right)^2$;　　е) $\frac{4}{7}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^3$;

б) 25·(-1.9)3;　　ж) $3^5-\frac{2}{5}\cdot\left(2\frac{1}{2}\right)^2$;

в) $5\cdot7^2$;　　з) 3^2+5^3;

г) $16-5\cdot3^2$;　　и) 10^3-8.

д) $-1{,}9^3\cdot3$;　　к) $(8\cdot2)^3$;

2. 0^n жана 1^m туюнтмаларынын маанисин тап. Мында n,m – натуралдык сандар. Эмнени байкадың? Ооба, 0 жана 1 дин ар кандай даражалары өзүнө барабар, тактап айтканда,

$$0^n=0 \text{ жана } 1^m=1$$

3. $3b^4(-5)bc^3$ – туюнтмасын жөнөкөй түргө келтир.

4. Туюнтмаларды даражага көтөрүү операциясын аткар:

а) $(x^2)^4$;　　г) $(c^n)^{15}$;

б) $(x^4)^2$;　　д) $(5y^3)^2$;

в) $(a^2)^m$;　　е) $(x^3y^5)^4$.

5. 550 даражасынын негизи:

а) 5^5;　б) 5^2;　в) 5^{10};　г) 5^{25}

болгон даража түрүндө жаз.

6. 3^{45} даражасын негизи

а) 9;　б) 27;　в)81;　г) 243

болгон даража түрүндө туюнт.

7. Туюнтманы жөнөкөйлөт:

а) $((x^3)^4)^5$; б) $(y^6)^2y^7$; в) $(a^4)^6(a^2)^6$; г) $(a^ma^n)^5$.

8. Туюнтмаларды даражага көтөр:

а) $(xy)^5$; в) $(3x)^4$; д) $(-100abc)^2$; ж) $\left(-\frac{2}{3}bd\right)^3$;

б) $(abc)^7$; г) $(-5xy)^5$; е) $(0,2xy)^4$; з) $(-1\frac{2}{3}cd)^2$;

9. Көбөйтүндүнү даражага көтөр:

а) $(3\cdot10)^3$; в) $(2\cdot100)^4$; д) $(-a)^5b^3$; ж) $0,72n^3$.

б) b^4x^4; г) $x^3y^3z^3$; е) $32a^5$;

10. Туюнтмалардын маанилерин эсепте:

а) $4^3\cdot5^3$; б) $0,25^{25}\cdot4^{25}$; в) $\left(\frac{3}{4}\right)^7\cdot\left(1\frac{1}{3}\right)$; г) $0,2^6\cdot50^8$.

11. $(a^7)^5$ – туюнтмасын негизи a болгон даража түрүндө жаз.

12. Тиешелүү операцияларды аткар:

а) n^3n^8; в) c^7c^{12}; д) aa^3; ж) $2^6\cdot2^4$;

б) m^4m^4; г) p^3p^{11}; е) b^8b^{15}; з) $7^5\cdot7$;

и) $d^3d^2d^8$; л) xx^4x^4x; н) $7^8\cdot7\cdot7^4$;

к) $a^4a^3a^2$; м) $2^9\cdot32$; о) $0,001\cdot0,1^4$.

13. Туюнтмаларды негизи 3 болгон даража түрдүндө жазуу менен маанилерин тап:

а) $3^2\cdot3^5$; б) $81\cdot3^6$; в) $9\cdot2187$; г) $27\cdot243$.

14. Бөлүүнү аткар:

а) $p^{10}:p^6$; в) $x^{21}:x^4$; д) $10^{16}:10^{12}$;

б) $a^8:a^4$; г) $y^9:y$; е) $2,3^{16}:2,3^7$.

15. Негизин өзгөртпөй, берилген даражаларды тийинди түрүндө жаз:

а) c^2; б) x^6; в) 2^4; г) $0,5^5$.

16. Туюнтманы жөнөкөйлөт:

а) x^nx^3; б) a^2a^m; в) xx^n; г) $y^n:y^4$; д) $c^9:c^m$; е) $k^n:k$.

3. Теңдештиктердин тууралыгын далилде:

а) $(a-b)^2=(b-a)^2$;

б) $(-c-d)^2=(c+d)^2$;

в) $(b-7)^2+14b-56=(b-2)(b+2)$;

г) $(m+6)^2-(m-5)(m+5)=12m+61$;

д) $(5n-1)^2-(1-3n)^2=4n(4n-1)$;

е) $(2h-3)^2-(7-2h)^2-16h+42=2$.

4. Үч мүчөгө айландыр:

а) $(-x+5)^2$;

б) $(2x+3)^2$;

в) (x^2-5) ;

г) $\left(1\frac{1}{2}a^5+8a^2\right)^2$;

д) $(12a-1)^2-1$;

е) $(-m-2)^2$;

ж) $(5x-2y)^2$;

з) $(a^2-3a)^2$;

и) $(-k+4)^2$;

к) $(-9a+4b)^2$;

л) $\left(\frac{1}{2}x^3+6x\right)^2$;

м) $(4y^3-0,5e^2)^2$;

н) $121-(11-9x)^2$.

о) $(-n-10)^2$;

п) $(8k+10)^2$;

р) $(3p-d^3)^2$;

5. Туюнтмаларды жөнөкөйлөт:

а) $24ab-(2a+6b)^2$;

б) $a^2b^2-(ab+7)^2$;

в) $(x-3)^2+x(x+9)^2$;

г) $a^4+81-(a^2-9)^2$;

д) $(2a+5)^2-5(4a+5)$;

е) $(x+2)(x-2)+(x+4)^2$;

ж) $b^2+49-(b-7)^2$;

з) $(y-10)(y-6)-(y-8)^2$;

и) $(2x+5)^2+(5-2x)^2$;

к) $(4x+5)^2-2x(8x+1)$;

л) $9b(b-1)-(3b+2)^2$.

6. Теңдемелерди чыгар:

а) $(x-10)^2-x(x+8)=2$;

б) $9x(x+6)-(3x+1)^2=1$;

в) $y(y-1)-(y-5)^2=2$;

г) $16y(2-y)+(4y-5)^2=0$.

7. Сумманын жана айырманын квадраты формулаларынын жардамында туюнтмаларды жөнөкөйлөт.

а) $d^2+2dy+y^2$;

б) $c^2+12c+36$;

в) $1-2z+z^2$;

г) $p^2-2pq+q^2$;

д) $64+16m+m^2$;

е) $b^2+4b=4$.

8. Туюнтмаларды жөнөкөйлөт:

а) $9x^2-24xy+16y^2$;

б) $25d^2+10d+1$;

в) $121a^2-44ax+4x^2$;

з) $49+9a^2-42$;

и) $0,25x^2+10xy=100y^2$;

к) $4cd+25c^2+0,16d^2$;

г) $\frac{1}{4}m^2+2mn+4n^2$;

д) $81a^2$-18ab+b^2;

е) 1+d^2-2d;

ж) 8xy+y^2+16x^2;

л) 9c^2-cd+$\frac{1}{36}d^2$;

м) 100a^2+b^2+20ab;

н) b^2+4a^2-4ab;

о) 28pq+49p^2+4q^2

9. Жылдызчанын ордуна тиешелүү туюнтманы коюп, көп мүчөнү жөнөкөйлөт:

а) b^2+10b+*;   б) *+14a+49;

в) 16c^2+24cd+*;   г) *-42mn+49n^2;

10. Туюнтмалардын маанилерин өзгөрүлмөлөрдүн берилген маанилеринде аныкта:

а) p^2-2p+1дин p=101 болгондогу; г) 25d^2+49+70dнын d=4,4 болгондогу;

б) 4m^2-20m+25тин m=12,5 болгондогу; д) 60n+100n^2+9дун n=1,7 болгондогу

в) 0,01p^4түн p=-2;3;10 болгондогу; е) 2d^2+3түн d =-11;0;15 болгондогу

маанилерин тап.

11. Туюнтмаларды жөнөкөйлөт:

а) 4d^2+12d+9;

б) 25a^2-30ab+9b^2;

в) q^2-2q+4;

г)100b^2+9c^2-60bc;

д) 49x^2-112xy+ 64y^2;

е) 81p^2+16q^2-72pq;

ж) x^4-8x^2y+16y^2;

з) $d^8+\frac{2}{3}c^4+\frac{1}{9}$;

и) $\frac{1}{4}a^2+2ab^2+4b^4$;

к) a^2x^2-2abx+b^2;

л) c^6+c^3+$\frac{1}{4}$;

м) 9y^2+c^2d^2+6cdy;

н) 4a^6-4a^3b^2+b^4;

о) 0,01x^4+y^2-0,2x^2y;

п) b^8-a^2b^4+$\frac{1}{4}a^4$;

р) 9x^8+4y^2-12x4y.

12. Кыскача көбөйтүү формулаларын колдонуп, көбөйтүндүлөрдү жөнөкөйлөт:

а) $2(x-7)(x+7)$;
б) $y(y+9)(y-9)$;
в) $(b-5)(b+5)(b^2+25)$;
г) $(p^4+1)(p^2+1)(p^2-1)$;
д) $2d^2-(d+1)(d-1)$;
е) $5b^2+(4-2b)(4+2b)$;
ж) $(5ab-1)(5ab+1)-16a^2b^2$;
з) $(0,2x+y)(0,2x-y)+0,36x^2$;
и) $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)$;
к) $(3a+b)(9a^2+b^2)(3a-b)$;
л) $(7m-2)(7m+2)=4$;
м) $25n^4-(9+5n^2)(9-5n^2)$;
н) $(x-5)(x+5)-x(x+5)$;
о) $m(m+4)+(3-m)(3+m)$;
п) $(2x-a)(2x+a)+2x(x-a)$;
р) $2a(a+b)-(2a+b)(2a-b)$.

13. Туюнтмаларды көбөйтүүчүлөргө ажырат:

а) a^2-1;
б) $1000-t^2$;
в) $p^2-0,09$;
г) $1,44-d^2$;
д) $\frac{9}{16}-k^2$;
е) $25m^2-n^2$;
ж) $0,01p^2-4q^2$;
з) $25m^2-16n^2$;
и) $q^2-c^2b^2$.

14. Кыскача көбөйтүүнүн формулаларын пайдаланып, төмөндөгү туюнтмалардын маанилерин тап:

а) 47^2-37^2;
б) 53^3-63^2;
в) 126^2-74^2;
г) $21,3^2-21,2^2$;
д) $0,849^2-0,151^2$;
е) $\left(5\frac{2}{3}\right)^2-\left(4\frac{1}{3}\right)^2$;
ж) $(100-1)(100+1)$;
з) $(70+3)(70-3)$;
и) $74\cdot66$;
к) $201\cdot199$
л) $105\cdot95$;
м) $0,95\cdot1,05$;
н) $1\frac{1}{7}\cdot2\frac{6}{7}$;
о) $9\frac{7}{9}\cdot10\frac{2}{9}$;
п) $1,09\cdot0,91$;

15. Туюнтмаларды жөнөкөйлөт:

а) $b^2-c^2-10(c-b)^2$;

б) $x^2+y^2+2xy-4$;

в) $a^2+b^2-2ab-16$;

г) $49-b^2-c^2+2bc$;

д) $8a^2-8-4(a+1)^2$;

е) $x^3+y^3+2xy(x+y)$;

ж) p^3-5p^2+p-5;

з) $c^3-d^3-5c(c^2+cd+d^2)$;

и) $8a^3+6a^2+3a+1$;

к) $a^3-b^3+4a^2b-4ab^2$;

л) $1-25p^2+10pq-q^2$;

м) $b^2-a^2-12a-48$;

н) $81a^2+6bc-9b^2-c^2$;

о) $64-2ax-a^2-x^2$;

п) $b^2c^2-4bc-b^2-c^2+1$.

р) $q^3-4q^2+20q-125$;

с) $c^3+d^3+2c^2-2cd+2d^2$;

т) $c^4+cb^3-c^3b-b^4$;

у) $a^3-p^3+3a^2+3a+3p^2$;

ф) $d^4+d^3y-dy^3-e^4$.

16. Туюнтманы жөнөкөйлөтүп, маанисин эсепте.

а) $d=0,2$, $2d(d-4)^2-d^2(2d-10)$;

б) $p=1,2$, $b=-0,6$, $(p-4b)(4b+p)$;

в) $x=5; -5$, $2x^4-5x^3+x^2+3x+2$.

17. Көбөйтүүнү аткар:

а) $(n-5m)(n+5m)$;

б) $(2a-3b)(2a+3b)$;

в) $(7c+9d)(7c-9d)$;

г) $(0,7m-n^2)(0,7m+n^2)$;

д) $(0,9c^2-1)(1+0,9c^2)$;

е) $\left(\frac{5}{6}-p^4\right)\left(\frac{5}{2}+p^4\right)$.

18. Көп мүчө түрүндө жаз:

а) $2(c-1)(c+1)(c^2+1)$; б) $(b^4+16)(b^2+4)(b^2-4)$; в) $-3n(n+5)(n-5)$.

19. Көбөйтүндүлөрдү квадраттардын айырмасы түрүндө жаз.

а) $(0,7x+y^2)(0,7x-y^2)$;

б) $\left(\frac{3}{7}m^3+\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}-\frac{3}{7}m^3\right)$;

в) $(8c+7d)(7d-8c)$;

г) $(10x-3y)(10x+y)$;

д) $(4+y^2)(y^2-4)$;

е) $(n^2+1)(-n^2-1)$;

ж) $(c^4+d^2)(d^2-c^4)$;

з) $(12a^4-7x)(-12a^4-7x)$;

и) $(0,8b^2-1)(1+0,8b^2)$;

к) $\left(1-\frac{2}{3}c^2\right)\left(1+\frac{2}{3}c^2\right)$.

20. $16y^2-9$ жана $16y^2-y+5$ көп мүчөлөрүнүн айырмасын тап жана аны стандарттуу түргө келтир.

21. $5d^2+14d-7$ жана d^2-7d көп мүчөлөрүнүн суммасын тап.

22. а) x ондуктан жана y бирдиктен турган санды;

б) a жүздүктөн, b ондуктан жана c бирдиктен турган санды – көп мүчө түрүндө жазгыла.

23. Көп мүчөнүн даражасы кандай?

а) $14a^6-12a^9+a-1$; б) $18x^4y+15x^5y^3-11$; в) $xy+yz+xz-10^{100}$.

24. Көп мүчөнүн окшош мүчөлөрүн келтир.

а) $5x^4+6x-7x^2-8x^4+15x$;

б) $15ab^2-b^3-6ab^2+3a2^b-5ab^2+2b^3$;

в) $3a^3+a^2-19-3a^2+a^3-a-80$;

г) $5a^2-ax^3-a^4-a^2x^3+ax^3=2a^4$.

25. Көп мүчөнү стандарттуу түрдө жаз:

а) $-18p^4+12p^3-4p^4-18p^2+3p^2$;

б) $2aa^2+a^2-5a^2+a^3-a$.

26. a^2+1 жана $3+(5a)^2$ туюнтмаларынын маанилери жалаң гана оң сандар болорун далилде.

28. Төмөнкү туюнтмалардын жыйынтыктары кандай белгиде болоорун аныкта:

а) $\left(-\frac{a}{b}\right)^6$; б) $12k^2$; в) $-2,9p^3$; г) $25(-d)^5$; д) $37(-b)^6$;

29. $-2a^2b$ бир мүчөсүн куб даражага көтөр.

30. $17a^3bc$ жана $-5a^2b^5$ бир мүчөлөрүн көбөйт жана көбөйтүндүнү жөнөкөйлөт.

31. Бир мүчөнүн даражасын аныкта.

а) $-8x^5y^7$; б) $\frac{2}{3}abc$; в) $0{,}9mn^3k^4$; г) 29; д) $-16m^7$.

32. $6x^5c$, $7c^3(-5)cd^9$, $-8p^8$, ab^2 – туюнтмаларынын курамын эмнелер түзөрүн аныкта.

33. Туюнтмаларды көбөйтүүчүлөргө ажырат:

а) z^3+y^6; е) $-b^6+\frac{1}{8}$; л) a^3b^3-27; р) $b^3-p^3q^9$; х) $-y^5+16y^3$;

б) c^9-b^6; ж) t^6+1; м) $-c^3b^3+1$; с) $9x^2-9y^2$; ц) $5x-5x^3$;

в) y^6-8; з) $-8-q^3$; н) $c^3+x^6y^3$; т) $11b^2-99$; ч) $-4a^2-16b^2$;

г) $64+y^9$; и) $-\frac{1}{27}-n^6$; о) $64+xx^3y^3$; у) m^3-m; ш) $28c-7c^3$;

д) $-x^3+y^3$; к) x^6+y^6; п) m^3n^3+27; ф) kt^2-km^2; щ) 49^4-p^8.

34. Туюнтмаларды көбөйтүүчүлөргө ажырат:

а) y^2-y^4; и) $0{,}09b^6-0{,}49a^2$; с) $0{,}01c^2d^3-1$;

б) $100x-x^3$; к) $1\frac{7}{9}z^2-\frac{9}{16}y^2$; т) $-0{,}64+d^4$;

в) p^4-1; л) $625-a^4$; у) $2\frac{1}{4}c^2-\frac{4}{9}b^2$;

г) n^3-n^5; м) nx^2-ny^2; ф) $-9m^2+1{,}44n^6$;

д) $-x^5+4x^3$; н) $9b^3-b$; х) x^9-1;

е) p^4-b^2; о) x^6-1; ц) $64-x^4y^6$;

ж) $l-a^4$; п) $8a^2-32$;

з) $1{,}21a^2-0{,}36d^6$; р) $4x^2y^4-16$;

35. Көп мүчөлөрдү көбөйтүндү түрүндө жаз:

а) $5x^2+10xy+5y^2$; б) $3p^2+18q^2+18pq$; в) $-x^2+2x-1$;

г) $5a^2+45+30a$; д) x^2-4x+4; е) $-24m+18m^2+8$;

ж) $2n^2-4n+2$; з) $36+24k+4k^2$; и) $27a^3-27b^3$;

к) $19x^3+19y^3$; л) $4pq+12q-4p-12$; м) $-xyz-5x-4x-20x$;

н) $60+6cn-30n-12c$; о) $c^3+c^2d+c^2+cd$; п) $45t+6h-3ht-90$;

р) $bc^4-c^4+bc^3-c^3$ с) $-120-5ab-40b-15a$; т) $m^3-m^2r+m^2-mr$;

у) $(x+1)^3+x^3$; ф) $(y-2)^3-27$; х) $27a^3-(a-b)^3$;

ц) $(a-b)^3+b^3$; ч) $8x^3+(x-y)^3$; ш) $1000+(b-8)^3$.

36. Теңдемелерди чыгар:

а) $x^3+5x^2-7x-35=0$; д) $x^3-9x^2-x+9=0$;

б) $y^3-11y=11-y$; е) $2y^3-y^2-48y+24=0$;

в) $2n^3-n^2-18n+9=0$; ж) $y^3-y^2=21y-21$;

г) $5a^3+7a^2=5a+7$; з) $7x^3-5x^2=7x-5$.

37. Туюнтмаларды кашааларга ажырат:

а) $f^{12}-100$; г) p^2q^6-81; ж) $0{,}0027x^3+1$;

б) $256p^4q^4-1$; д) $-9+121k^8p^8$; з) $b^3+0{,}008c^3$;

в) $1{,}69m^{14}-1{,}21$; е) $(q-5)^2-16$; и) $h^6-0{,}001m^3$;

к) $343-0{,}064n^3$; л) $\dfrac{27}{64}-p^{12}$; м) $-y^{15}+\dfrac{1}{27}$;

н) $3\dfrac{3}{8}c^{15}+d^{12}$; о) $1\dfrac{61}{64}m^{18}+n^3$; п) $9d^{15}-d^{13}$.

38. Кыскача көбөйтүүнүн формулаларын пайдаланып, төмөндөгү туюнтмаларды жөнөкөйлөт:

а) $(7c-4)^2-(2c+1)^2$; б) $(p+7)^2-9$; в) $(c-2)^2-(3c+1)^2$;

г) $25-(3-x)^2$; д) $81-(p+7)^2$; е) $4-25(b-3)^2$;

ж) $(5t-12)^2-t^2$; з) $9(d+7)^2-(d-7)^2$; и) $9n^2-(5n-3)^2$;

к) $16(x-4)^2-9(x+2)^2$. л) $9(c+1)^2-1$; м) $x^{22}-\dfrac{1}{49}x^{20}$.

39. Кашааларды ачуу операциясын аткар:

а) $\left(\frac{1}{3}a+9\right)^2$; л) $(3c^2-5cd)^2$;

б) $\left(-3a-\frac{1}{3}b^2\right)$; м) $(y^2-2x^2y)^2$;

в) $(8cd+3d^2)^2$; н) $(0,7p^3q-2pq^3)^2$;

г) $(m^3n^3-1)^2$; о) $(0,2a^3b+0,3ab^3)^2$;

д) $\left(\frac{5}{6}h-3\right)^2$; п) $\left(\frac{3}{4}x^3b-\frac{2}{3}xb^3\right)^2$;

е) $(5pq-0,8q^2)^2$; р) $\left(\frac{1}{8}mc^4+\frac{8}{9}m^2c^3\right)^2$;

ж) $(2+k^4p^2)^2$; с) $(2a^3b+0,3ab^4)^4$;

з) $\left(-2y+\frac{1}{2}z\right)^2$; т) $(0,1ax^6b+0,2zb^6)2$;

и) $(0,4c+10cd)^2$; у) $\left(\frac{1}{3}a2b-\frac{3}{5}ab\right)^2$;

к) $(p^6-3pq^2)^2$; ф) $\left(\frac{1}{6}x^3y^2-\frac{3}{4}xy^2\right)^2$.

40. Туюнтмаларды жөнөкөйлөт:

а) $(y-5)^2+2y(y-3)$; в) $(a+8)^2-4a(a-2)$; д) $(d-4)(d+4)+(2d-1)^2$;

б) $(2x-5)^2-(5x-2)^2$; г) $(3b-1)^2+(1-3m)^2$; е) $(2z+1)^2-(z+7)(z-3)$;

ж) $(k-3)(k+3)-(k+2)^2$; з) $(3d-2)^2-(d-9)(d-3)$; и) $49-(7-m)^2-14m-m^2$.

41. Көбөйтүндүлөрдү квадраттардын айырмасы түрүндө туюнт:

а) $(p+q+1)(p+q-1)$; в) $(x+y-3)(x+y+3)$; д) $(a-d-7)(a-d+7)$;

б) $(c-d+8)(c-d-8)$; г) $(p+5q-7)(p+5q+7)$; е) $(m-3h+6)(m+3h+6)$.

42. Туюнтманын мааниси у тен көз каранды эместигин далилде:

а) $(y+7)^2-(y-5)(y+19)$; б) $(y-9)^2+(8-y)(y+26)$.

43. а) $(2h-d)^2+(h+2d)^2$ тын $h=1,5$ жана $d=-1,5$ болгондогу маанисин эсепте;

б) $(3p-2q)^2-(2p-q)^2$ тын $p=1,45$ жана $q=-0,56$ болгондогу маанисин эсепте.

44. Төмөндөгү туюнтмаларды айырманын же сумманын квадраты түрүндө жаз:

а) $m^2+10m+25$; б) $n^2-8n+16$; в) $25p^2-10p+1$;
г) $9a^2+18a+9$; д) $p^4+2p^2q+q^2$; е) $a^6-6a^3b^2+9b^4$;
ж) d^4-8d^2+16; з) $b^4d^4+1-2b^2d$; и) $t-t^2-0,25$;
к) $10y-y^2-25$; л) $b+1+\frac{1}{4}b^2$; м) $-25-2p-0,04p^2$.

45. Төмөндөгү туюнтмаларды өзгөртүп түз:

а) $x^2-2xy+y^2-p^2$;
б) $4x^2+z^2-4xz+1$;
в) a^2+b^2+1+2a;
г) $9b^2-6b+6c^2+1$;
д) x^2+2x+2;
е) $a^2+2ab+2b^2+2b+1$;
ж) $x^2-4xy+y^2+x^2y^2+1$;
з) $x^2+y^2+2x+6y+10$.

46. Туюнтмаларды жөнөкөйлөт:

а) $(3q+5)(9b^2-15q+25)$;
б) $(4a^2+2a+1)(2a-1)$;
в) $(3a^3-1)(9a^6+3a^3+1)$;
г) $(7x^2+2)(49x^4-14x^2+4)$;
д) $(10x+3y)(100x^2-30xy+9y^2)$;
е) $(16a^2+20ab+25b^2)(4a-5b)$;
ж) $(2b-c^2)(4b^2+2bc^2+c4)$;
з) $(a^5-3b^6)(a^{10}+3a^5b^6+9b^{12})$;
и) $(2x-y)(4x^2+2xy+y^2)-(x+5y)(x^2-5xy+25y^2)$;
к) $(3a-b)(9^2+3ab+b^2)-(a+2^b)(a^2-2ab+4b^2)$;
л) $a^3+a^2-x^2a-x^2$;
м) $b^3+b^2c-9b-9c$.

47. а) 31^3+19^3 50 гө бөлүнөрүн; с) 56^3+34^3 түн 90 го бөлүнөрүн;

б) 69^3-29^3 40 ка бөлүнөрүн; d) 54^3-24^3 түн 1080 ге бөлүнөрүн далилде.

48. Туюнтмаларды көбөйтүүчүлөргө ажырат:

а) $5,1d^2-5,1c^2$; г) $13a^3+13b^3$; ж) $9,5a^6-9,5b^6$;
б) $7,7p^2+7,7q^2$; д) $9a^4-9b^4$; з) $1,8a^6+1,8b^6$;
в) $1,9a^3-1,9b^3$; е) $4a^4+4b^4$; и) $7a^8-7b^8$;

IV. ФУНКЦИЯ

1. Төмөнкү функциялардын графиктери кайсы координаталык чейректерде жайгашкан?

а) $y=1,7x$; в) $y=0,9x$;

б) $y=-3,1x$; г) $y=-2,3x$.

2. Төмөнкү функциялардын кайсылары өсүүчү, ал эми кайсылары кемүүчү болорун аныкта.

а) $y=-2,3$; б) $y=4,5x$; в) $y=-0,1x$; г) $y=0,7$.

3. Төмөнкү формулалар менен берилген функциялар сызыктуу функция болобу?

а) $y=2x-3$; в) $y=4,5x$; д) $y=x^2-3$;

б) $y=-x-5$; г) $y=8x$; е) $y=5$.

4. Функциялардын графиктерин түз:

а) $y=-2x+1$; б) $y=0,2x+5$; в) $y=3x+2$;

г) $y=-3x+2$; д) $y=3x-4$; е)$y=-0,6x-1,5$;

ж) $y=0,3x-5$; з) $y=-0,6x-1,5$.

5. Төмөндө берилген функциялардын графиктери өз ара кандайча жайгашканын талда.

а) $y=5x-4$ жана $y=5x+8$; б) $15x+8$ жана $y=-15x+6$; в) $y=7x-5$ жана $y=-6x+1$; г) $y=-8x$ жана $y=-8x-5$; д) $y=7x+1$ жана $y=-9x+1$; е) $y=13x$ жана $y=-8x$.

6. Төмөндөгүдөй түрдөгү формулалар менен берилген функциялардын графиктерин бир эле координаталар системасында түз.

а) $y=2,5x+b$, $b=1,5; -6; 0$; б) $y=kx$, $k=2;-2; 0,3$;

7. Функциялардын графиктеринин кесилиш чекиттеринин координаталарын аныкта.

а) $y=9x-8$ жана $y=-3x+5$; г) $y=14x$ жана $y=x+26$;

б) $y=32x-8$ жана $y=21x+4$; д) $y=25x-75$ жана $y=75x+30$;

в) $y=15-2,5x$ жана $y=1,5x-17$; е) $y=-3x+20$ жана $y=-6$.

8. Техникалык тейлөө станциясындагы (ТТС) жабдыктын наркы 476 миң сомго, ал эми жылдык амортизация 26 миң сомго барабар. ТТС x жыл убакыт иштесе жана амортизациялык чыгым туруктуу сан болсо, анда жабдыктын убакыттан x көз каранды болгон y наркын туюнт.

9. Өндүрүш чыгымы 200 даана продукция үчүн 100 сомду, ал эми 2000 даана продукция үчүн 800 сомду түзөт. Чыгымдын функциясы сызыктуу деп эсептесек, анда 600, 1000, 1400 жана 1800 даана продукция үчүн өндүрүш чыгымдарын график жолу менен тап.

10. Ремонт жасоочу устакананын шаймандары 71600 сом турат, ал эми жылдык амортизациясы – 2900 сом. Эгерде амортизациялык чегерүүлөр жыл сайын өзгөрүүсүз калса, анда шаймандардын убакыттан көз каранды болгон наркын туюнт.

11. Комбайнчы 3 күн иштегенден кийин өзүнүн жаңы шайманды колдонуу менен күнүмдүк өндүрүмдүүлүгүн 30 центнерге жогорулатуу аркылуу 11 күндө 17500 ц буудайды актады. Жаңы шайманды колдонгонго чейинки жана колдонгондон кийинки өндүрүмдүүлүктү аныкта.

V. БИР БЕЛГИСИЗДҮҮ ТЕҢДЕМЕЛЕР. ЭКИ БЕЛГИСИЗДҮҮ ТЕҢДЕМЕЛЕР ЖАНА АЛАРДЫН СИСТЕМАСЫ

1. Пропорциялар туурабы?

а) 16,8:4,8=19, 6:5,6; б) 3,4:8,5=9,5:22,8.

2. Теңдемелерди чыгар:

а) 8d(1+2d)-(4d+3)(4d-3)=2d; г) (6z-5)(6z+5)-4z(9z+2)=-1.

б) (8-9c)c=-40+(6-3c)(6+3c); д) x-3x(1-12x)=11-(5-6x)(6x+5);

в) t-3t(1-12t)=11-(5-6t)(6t+5); е) (9-10p)p=-40+(7-4p)(7+4p).

3. Теңдемелердин тамырларын тап:

а) x^2 -25=0; в) y^2-121=0; д) $y^2 - \frac{1}{9} = 0$;

б) a^2-0,49=0; г) $4x^2$-36=0; е) $64x^2$-25=0.

4. 5x-9 – туюнтмасынын мааниси x кандай сан болгондо 16 га барабар?

5. Теңдемелерди чыгар:

а) 1-1,7d-(0,8d+2)=3,4; д) 5-0,2q=0,3q-39;

б) 3(0,9p-1)-(p+0,6)=-0,2; е) 7-3,1c=3-0,2.

в) 3,7x-2=-2z+3,13; ж) 4,2t+8=8-7t;

г) -27b=5-54b; з) u-1=0,4u-2,5.

6. Жүк эки түрдүү транспорт менен ташылат. Чыгымдар $y_1=100+40x$, $y_2=200+20x$
формулалары боюнча эсептелет. Мында х –ташуу аралыгы (бирдик кесинди – 100 км), ал эми у сом – транспорттук чыгымдар. Кандай аралыкка транспорттордун кайсы түрү менен жүк ташыган пайдалуу экендигин аныкта.

7. Жүк үч түрдүү транспорт менен ташылат. Транспорттук кызматтын наркы тиешелүү түрдө:

$$y_1=100+50x, \qquad y_2=150+25x, \qquad y_3=200+16\frac{2}{3}x$$

формулалары боюнча эсептелет. Мында х – аралык (бирдик кесинди 100 км). Жүктү 200 километрге чейинки аралыкка транспорттун кайсы түрү менен, ал эми 600 километрден чоң аралыкка кайсы транспорт менен ташыган пайдалуу экендигин график аркылуу аныкта.

8. Кандайдыр бир продукциянын 200 шарттуу даанасынын өндүрүштүк чыгымы 300 сом, ал эми ушул эле продукциянын 1000 шарттуу даанасынын өндүрүштүк чыгымы – 1200 сом. Эгерде чыгым функциясы сызыктуу болсо, анда продукциянын шарттуу 800 бирдигин өндүрүүнүн чыгымын эсепте.

9. Жүктү А пунктунан В, С, Д, Е, пункттарына транспорттордун үч түрү менен жеткирүүгө болот: суу, темир жол жана кургак жол. Жүктү жеткирүүдөгү чыгымдар тиешелүү түрдө

$$y_1=25+25x, \qquad y_2=50+25x, \qquad y_3=5+8\frac{1}{3}x$$

формулалары боюнча эсептелет. Мында х – аралык (бирдик кесинди 100 км), ал эми у сом – жүк ташуу наркы.

Эгерде А пунктунан В,С,Д,Е пункттарына чейинки аралыктар тиешелүү түрдө 200, 300, 500 жана 900 км болсо, анда жүктү транспорттун кайсы түрү менен ташуу пайдалуу экендигин график жолу менен эсепте.

10. Жүк ташуучу 3 түрдүү транспорт менен берилген. Алардын чыгымдары тиешелүү түрдө

$$y_1=150+50x, \qquad y_2=250+25x, \qquad y_3=350+25x$$

формулалары боюнча эсептелет. Мында x – аралык (бирдик кесинди 100 км), ал эми y_1, y_2, y_3 сом – жүк ташуу наркы сом менен. Кандай аралыктарга жана транспорттун кайсы түрү менен жүк ташыган пайдалуу экендигин график жолу менен аныкта: а) транспорттун бардык түрүн пайдаланган учурда; б) транспорттордун бардык түрүн пайдаланган учурда; в) транспорттордун 1- жана 3-түрүн пайдаланган учурда.

11. Эгерде сутканын аягына чейин, азыркы убакытка чейинкинин $\frac{4}{5}$ убакыт калган болсо, анда азыр саат канча болду?

12. Велосипедчен адам бир шаардан экинчисин көздөй 10 км/саат ылдамдык менен бара жатат. Эгерде ал 12 км/саат ылдамдык менен жүргөндө, анда шаарга 4 саат эрте келмек. Шаарлардын арасындагы аралык эмнеге барабар?

13. Мотоциклчен киши А шаарынан В шаарын көздөй жөнөдү. Эгерде ал 35 км/саат ылдамдык менен жүрсө, анда 2 саатка кечигет. Эгерде 5км/саат ылдамдык менен жүрсө, анда ал 1 саатка эрте жетет. А жана В шаарларынын арасындагы аралыкты, ошондой эле, өз убагында келүү үчүн сарпталуучу мөөнөттү тап.

14. Поезд А станциясынан В станциясына чейинки аралыкты 10 саатта өтөт. Эгерде поезддин ылдамдыгы 10км/саатка көп болгондо, анда ал берилген аралыкты 8 саатта өтмөк. Поезддин ылдамдыгын жана станциялардын аралыгын тап.

15. Лыжачан мындай деп эсептеди: «Эгерде саатына 10 км ден жүрүп отурсам, анда белгиленген жерге чак түштөн бир саат өтүп жетем. Эгерде саатына 15 км ден жүрүп отурсам, анда чак түшкө бир саат калганда жетем». Лыжачан белгиленген жерге чак түштө жетүү үчүн кандай ылдамдык менен жүрүшү керек? Ал кандай аралыкты өтүшү керек? Ал сутканын кайсы саатында жолго чыгышы керек?

16. Түрмөк зымдан 80 же 100 бөлүктөн турган чынжыр жасоо керек. Экинчи учурда чынжырдын ар бир бөлүгүнүн салмагы 5 граммга жеңил болуп калат. Түрмөк зымдын салмагы эмнеге барабар?

17. Поезд узундугу 450 м болгон көпүрөнү 45 секундада, ал эми жөнгө салуучунун имаратын – 15 секундада өтөт. Поезддин узундугун жана ылдамдыгын эсепте.

18. Велосипедчен айылдан шаарга чейин 15 км/саат, ал эми шаардан айылга карай 10 км/саат ылдамдык менен жүрдү. Велосипедчендин орточо ылдамдыгын тап.

19. Турсунай 1964-жылы анын туулган жылынын цифраларынын суммасы кандай сан болсо, ошончо жашка чыгат. Турсунай кайсы жылы туулган жана ал канча жашта?

20. Теңдемелерди чыгар:

а) 1-1,7x-(0,8x+2)=3,4;
б) 5-0,2y=0,3y-39;
в) 3(0,9x-1)-(x+0,6)=-0,2;
г) 7-(3,1y)=3-0,2y;
д) 3,7x-2=-2x+3,13;
е) -27x=5-54x;
ж) 4,2x+8=8-7x;
з) 6(x-1)=9,4-1,7x;
и) -3(y+2,5)=6,9-4,2y;
к) 3,5-9a=2(0,5a-4);
л) 3,5x-7=4(8+x);
м) 3(6-1,1m)=1,7m,-2.
н) 4(x-0,8)=3,8-5,8;
о) 7(x-8,2)=3x+19;
п) 0,2(5x-6)+4x=3,8;
р) 3(2,5-2x)=13,5-14x;
с) 0,6y-1,5=0,3(y-4);
т) 0,5(4-a)=a-1,8;
у) $\frac{x}{2}-\frac{x}{3}=2$;
ф) $\frac{2}{3}(x+3)=\frac{6+2x}{3}$.

21. $x^2=16$ жана $(x-4)(x+4)=0$ теңдемелеринин тамырларын таап, аларды салыштыр.

22. Тамырлары 2 ге барабар болгон теңдемелерди жаз.

23. 2x+5=9 – теңдемесине тең күчтүү болгон теңдемелерди жаз.

24. 4x-15=5, 5x-0,5=9, 4x=20, 5x=9,5, x=20,4, x=9,5:5, x=1,9 теңдемелеринин ичинен тең күчтүүлөрүн аныкта. Аларды ирети менен жаз.

25. y+5=-10 – теңдемесинин эки жагына тең адегенде 10ду, андан кийин – 15ти кошуп, тамырды тап. Андан кийин берилген теңдеменин эки жагына тең (– 5) ти кошуп, тамырды тап. Алар тең күчтүү теңдемелер болушабы? Эмнени байкадың? Жыйынтык чыгар.

26. 3x=-2x+17 – теңдемесинин эки жагына 2x туюнтмасын кошуп, анын тамырын тап. Тамырды текшер. Тамыр теңдемелердин бардыгын канааттандырабы? Жыйынтык чыгар.

27. Төмөндө берилген теңдемелердин арасынан тең күчтүүлөрүн аныкта.

x=3, 2x=18, 3x-5=4, 45-2x=39, (12x-4)+5=37, 8x-(4x-10)=-6.

28. Тамырлары 5ке барабар болгон тең күчтүү теңдемелерди түз.

29. Компоненттердин жана амалдардын жыйынтыктарынын арасындагы көз карандылыкты пайдаланып x ти тап:

а) (64-10x):4+11=22; в) (10000-3333x) ·10000-9999=1;

б) (12+34x)·56-789=18923; г) $24960:\left[3360-\frac{300(200-6x)}{115}\right]=8$.

30. Теңдемелерди чыгар:

2000:(2x+510)=2; 61:(3x+51)=1; (8x-12) ·15-200:4=10;

(49x+11) ·5-293=7; (5x+70):120+2=3; (6x-35) ·35=245;

2x-51=x-51; $\frac{2}{3}y+5=y+5$.

31. Өзгөрүлмөнүн кайсы маанисинде:

а) 6a-3 туюнтмасынын мааниси (– 39) га барабар;

б) 2m-13 жана m+3 туюнтмаларынын маанилери барабар;

в) 3-5c туюнтмасынын мааниси 1-c туюнтмасынын маанисинен 1 ге кичине;

г) x тин мааниси 45-10x туюнтмасынын маанисинен 3 эсе кичине;

д) 2x+1 туюнтмасынын мааниси 8x+5 туюнтмасынын маанисинен 20 га чоң;

е) 9-y туюнтмасынын мааниси y тин маанисинен 2 эсе чоң.

32. Теңдемелерди ax=b (мында a,b – каалагандай сандар) түрүндө жаз.

а) 7,5x-8,5=5,5; б) 16,9y+5=4,5y-7,9; в) $\frac{3}{5}x-15=\frac{2}{5}x+5$

33. 15x-4,5=10x+3,5 – теңдемесинин эки жагын тең бир эле санга бөлүү менен тамырын тап. Табылган тамыр берилген теңдемени жана анын эки жагын тең бир эле санга бөлгөндө пайда болгон теңдемени да канааттандырышын текшер. Жыйынтык чыгар.

34. $\frac{2}{5}x+\frac{3}{5}=\frac{4}{5}$ - теңдемесинин эки жагын тең бир эле санга көбөйтүп, бир эле санды эки жагына тең кошуп, анын тамырын тап. Табылган тамыр берилген теңдемени, анын эки жагын тең бир эле санга көбөйткөндө пайда болгон теңдемени, кийинки теңдеменин эки жагына тең бир эле санды кошкондо келип чыккан теңдемени да канааттандырышын текшер. Жыйынтык чыгар.

35. Дыйкан чарбасына караштуу жер аянтын айдоо, малалатуу үчүн акча керек. Эгерде чарбанын ар бир мүчөсү 11 сом 50 тыйындан кошсо, анда 55 сом жетпейт, ал эми 12 сомдон чогултушса, анда 55 сом ашып калат. Дыйкан чарбада канча мүчө бар?

36. Мага беш орундуу сан берилди. Бул санга 200000ди кошуп, сумманы 3кө көбөйтүшүм керек. Анын ордуна мен берилген сандын оң жагына 2 цифрасын кошуп жазып, туура жыйынтыкты алдым. Мага кандай сан берилген?

37. Маселе чыгарып жаткан бир окуучу байкабастыктан берилген санды 0,5ке бөлүп, тийиндиден 3тү кемитип салган. Бактыга жараша, жооп туура болуп калган. Окуучу көбөйтүшү керек болгон санды тап.

38. Кандайдыр бир бөлчөк берилген. Бөлчөктүн бөлүмүнө 1 кошулду. 1) Берилген бөлчөккө барабар бөлчөк келип чыгыш үчүн алымга кандай санды кошуу керек?

2) Берилген бөлчөккө барабар бөлчөк келип чыгыш үчүн алымды кандай санга көбөйтүү керек?

39. Фирмада бир нече квалификациялуу жана квалификациясыз жумушчулар бар. Ар бир квалификациялуу жумушчу бир жумада 210 сом, ал эми квалификациясыз жумушчу 150 сом алат. Фирма бир жумада бардыгы болуп 1740 сом алды. Фирмада канча квалификациялуу жана квалификациясыз жумушчу болгон?

40. 25 ти бири экинчисинен 49 эсе чоң болгондой кылып бөлгүлө.

41. «Уулуң канчага чыкты?» - деп сурады Кубаныч Асандан. Анда Асан: «Эгерде уулумдун жашына дагы ошончону жана дагы анын жарымын кошсо анда 10 болот». Асандын уулу канча жашта?

42. Үч ага-ининин ортончусу кичүүсүнөн 2 жашка улуу, ал эми чоңунун жашы ортомчусу менен кичүүсүнүн жаштарынын суммасынан 4кө чоң. Эгерде ага-инилер биригип 96 жашка чыккан болсо, анда ар биринин жашын тап.

43. Сулаймандын 6 уулу бар. Бири экинчисинен 4 жашка айырмаланат, ал эми эң улуусу эң кичүүсүнөн 3 эсе улуу. Уулдардын жаштары канчада?

44. Жумушчулардын бирөө кандайдыр бир ишти m күндө, ал эми экинчиси – n күндө аткарат. Бул иш жумушчулар биргелешип иштей турган болсо канча күндө аткарылат?

45. Ремонт заводу бир айда 62 000 сомго 230 комбайн жана трактор ремонттоду. Трактордун капиталдык ремонту 300 сом, комбайндыкы – 200 сом. Завод канча трактор жана комбайн ремонттогон?

46. Үч бурчтуктун периметри 24 см анын эки жагы барабар жана ар бири үчүнчү жагынан 3,9 га чоң. Үч бурчтуктун жактарын тап.

47. Үч фирмада 1274 киши эмгектенет. Экинчи фирмада биринчиге караганда 70 кишиге көп, ал эми үчүнчүдө экинчиге караганда 84 кишиге көп. Ар бир фирмада канчадан киши иштейт?

48. Китепканага 158 ар түрдүү аталыштагы китеп түштү. Аларды үч текчеге төмөнкүдөй жайгаштырууга болобу: биринчи текчеде экинчиге караганда 8 китепке аз, ал эми үчүнчүгө караганда 5 китепке көп?

49. Үч дарбыз бар. Алардын бирөө экинчисине караганда 2 килограммга жеңил, ал эми үчүнчүсүнө караганда 5 эсе жеңил. Биринчи жана үчүнчү дарбыздардын биргелешкен салмагы экинчиге караганда 3 эсе оор. Ар бир дарбыздын салмагын тап.

50. Эки шаар тургундары кошуна турушат. Жер участоктору тик бурчтук формасында. Тик бурчтук жер участокторунун узундуктары бирдей. Тик бурчтуктардын туурасы тиешелүү түрдө 25 м жана 30 м. Биринчи тик бурчтуктун аянты экинчи тик бурчтуктун аянтынан 60м2 ка кичине. Тик бурчтуктардын тууралары тап.

51. Соодагер каза болгондон кийин, анын топтогон байлыгын балдар төмөнкүчө бөлүп алышты. Балдардын улуусу 10000 сом жана калган сумманын алтыдан бирин алды. Экинчиси 20000 сом жана калган сумманын алтыдан бирин алды. Үчүнчүсү – 30000 сом жана калган сумманын алтыдан бирин алды. Ошентип отуруп, эң кичине уулу эң акыркы калган акчаны алды. Жыйынтыгында, соодагердин балдарынын үлүштөрү бирдей болуп чыкты.

Соодагердин канча акчасы жана уулу болгон?

52. Биринчи жумушчу жумушту m күндө, ал эми экинчи жумушчу ошол эле жумушту n күндө аткара алат. Эгерде эки жумушчу биргелешип иштей турган болсо, жумушту канча күндө аткара алышат?

53. Фирма А жана В станокторун жасап чыгарат. Алардын биргелешкен салмагы 2700 кг. Конструкторлор модернизация жасашкандан кийин, А тибиндеги станоктордун салмактары 7%га, ал эми В тибиндеги станоктордуку – 5%га азайып, алардын биргелешкен салмагы 2535 кг түзгөн.

а) эски конструкциядагы станоктордун массаларын;

б) А жана В станокторунун материалдык көлөмүн төмөндөтүү даражасын;

в) эгерде фирма эски станоктордун ордуна жылына 5000 жаңы конструкциядагы А жана В тибиндеги станокторду чыгарса, анда жылына үнөмдөлө турган металлды тап.

54. Теңдемелердин тамырларын тап:

а) 5(3x+1,2)+x=6,8;

б) 4(x+3,6)=3x-1,4;

в) 1,6x-(x-2,8)=(0,2x+1,5)-0,7;

г) (0,5x+1,2)-(3,6-4,5x)=(4,8-0,3x)+(10,5x+0,6);

д) 0,4x+3=0,2(3x+1)-x;

е) 3,4-0,6x=2x-(0,4+1);

ж) 13-4,5y=2(3,7-0,5y);

з) 5,6-7y=-4(2y-0,9)+2,4;

и) 0,8x-(0,7x+0,36)=7,1;

к) x-0,5=2(0,3x-0,2);

л) 0,6+(0,5y-1)=y+0,5;

м) $0{,}2(x-1)+0{,}5(3x-9)=\frac{x}{3}-2$;

н) $\frac{8}{9}x+\frac{34}{72}-\frac{9}{8}x=0$;

о) $\frac{x}{2}+\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\frac{x}{20}+\frac{x}{30}+\frac{x}{40}=-6$;

п) $\frac{3}{5}x-\frac{x}{2}=0{,}2$.

55. Эгерде ойлонулган сандын оң жагына бир нөл жазсак жана жыйынтыкты 143төн кемитсек, анда үч эселенген ойлонулган сан келип чыгат. Ойлонулган санды тап.

56. Эгерде берилген сандын оң жагына 9 цифрасын жазсак жана пайда болгон санга берилген санды 2 эселентип кошсок, анда келип чыккан сумма 633кө барабар болот. Берилген санды тап.

57. Классташтарыңдын туулган күнүн жана айын кантип аныктасаң болот? Ал үчүн буларды сунуш кылышың керек: туулган күндүн числосун 2ге көбөйт, андан кийин 10го көбөйт, келип чыккан көбөйтүндүгө 73 тү кошуп, пайда болгон сумманы 5 ке көбөйт, жыйынтыкка туулган айыңдын катар номерин кош. Келип чыккан жыйынтыкты айт.

Эми өзүң жыйынтыктан 365ти кемит. Айырманын биринчи эки цифрасы туулган күндүн числосун, ал эми калган эки цифрасы – туулган айынын катар номерин туюнтат.

58. Поезд К шаарынан Д шаарына 16 саатта жетти. Д шаарынан К шаарына кайткан жолдо поезд ылдамдыгын 20км/саатка көбөйткөндүктөн, поезд бардык жолду 4 саатка тез басып өттү. Поезд К дан Д га чейин кандай ылдамдык менен жүргөн жана К дан Д га чейинки аралык эмнеге барабар?

59. Фермер себеттеги бардык жумурткалардын жарымын сатты, бир аздан кийин калдыктын жарымын сатты, андан кийин жарты калдыктын жарымын сатты, аягында кийинки калдыктын жарымын сатты. Ушундан кийин себетте дагы 10 жумуртка калды. Себетте адегенде канча жумуртка болгон?

60. Апасы кызы менен уулуна мындай тапшырма берди: пакеттеги конфеттерди эртеңки коноктор менен түштөнүүгө бардык конфеттин жарымы жана 3 даана конфет калгандай, өзүбүздүн үй-бүлөнүн эртең мененки тамактануусуна болсо калган конфеттин жарымы жана 3 даана конфет калгандай жана кечки чайга – калган конфеттин жарымы жана 3 даана конфет калгандай кылып бөлүштүргүлө. Балдар конфеттерди апасы дайындагандай бөлүштүрүштү. 4 конфет ашып калды. Ашып калган 4 конфетти өзүңөр жегиле деди апасы. Пакетте бардыгы болуп канча конфет болгон?

61. Теңдемелер системасын чыгар:

$\begin{cases} x+y=6, \\ x-y=2. \end{cases}$ $\begin{cases} 3x+5y=21, \\ 2x-y=1. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x-3y=-1, \\ \dfrac{y}{x}=0{,}75. \end{cases}$

$\begin{cases} 4x-3y=-4, \\ 4y-10x=3. \end{cases}$ $\begin{cases} 11x-5y=37, \\ 4y-x=25. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x+5y=15, \\ x-2y=3. \end{cases}$

$\begin{cases} 3x-2y=\dfrac{1}{2}, \\ 4y-x=\dfrac{2}{3}. \end{cases}$ $\begin{cases} 3y-x=-17, \\ 5x+3y=-5. \end{cases}$ $\begin{cases} 7y+3x-9=3, \\ 2y-3x=15. \end{cases}$

$\begin{cases} 3(3x+4y)-2(5y+3x)=5, \\ 5x+6y=3. \end{cases}$ $\begin{cases} 7y+3x-9=3, \\ 2y-3x=15. \end{cases}$

$$\begin{cases} 4y+2-\dfrac{5x-6y}{13}=3x; \\ 2y+\dfrac{6y-5x}{6}=\dfrac{2y-3x}{4}-12. \end{cases}$$

$\begin{cases} 3(3x+4y)-2(5y+3x)=5, \\ 5x+6y=3. \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{3x-5}{2}-\dfrac{2x-y}{3}+\dfrac{x+6y}{6}=3\dfrac{1}{2}, \\ 4-\dfrac{x+2y}{4}+\dfrac{4y-5x}{2}=\dfrac{6y-3x}{4}. \end{cases}$

62. Теңдемелер системаларын график жолу менен чыгар.

а) $\begin{cases} 5x-4y=7, \\ 3y-x=3. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 4y-x=4, \\ \dfrac{3y-x}{2}+3=\dfrac{3x-2y}{3}. \end{cases}$ в) $\begin{cases} x-y=1, \\ x=3y=9. \end{cases}$

г) $\begin{cases} x+y=0, \\ -3x+4y=14; \end{cases}$ д) $\begin{cases} x+2y=4, \\ -2x+5y=10; \end{cases}$ е) $\begin{cases} 3x-2y=6, \\ 3x+10y=14; \end{cases}$

ж) $\begin{cases} x-2y=6, \\ 3x+2y=-6; \end{cases}$ з) $\begin{cases} x-y=0, \\ 2x+3y=-5. \end{cases}$ и) $\begin{cases} 4y-x=12, \\ 3y-x=-3. \end{cases}$

к) $\begin{cases} 1{,}5x-y=1, \\ -3x+2y=-2; \end{cases}$ л) $\begin{cases} 2x=11-3y, \\ 6y=22-4x; \end{cases}$ м) $\begin{cases} y-3x=0, \\ 3y-x=6. \end{cases}$

н) $\begin{cases} x+2y=3, \\ y=-0{,}5x; \end{cases}$ о) $\begin{cases} -x+2y=8, \\ x+4y=10; \end{cases}$ п) $\begin{cases} y-2x=1, \\ 7x-y=9; \end{cases}$

р) $\begin{cases} x+y=6, \\ 3x-5y=2; \end{cases}$ с) $\begin{cases} y-x=20, \\ 2x-15y=-1; \end{cases}$ т) $\begin{cases} 7x-3y=13, \\ x-2y=5; \end{cases}$

у) $\begin{cases} 4x-y=11, \\ 6x-2y=13; \end{cases}$ ф) $\begin{cases} 25-x=-4y, \\ 3x-2y=30. \end{cases}$ х) $\begin{cases} 2x+y=12, \\ 7x-2y=31; \end{cases}$

ц) $\begin{cases} 8y-x=4, \\ 2x-21y=2; \end{cases}$ ч) $\begin{cases} y-2x=4, \\ 7x-y=1; \end{cases}$ ш) $\begin{cases} 2x=y+0{,}5, \\ 3x-5y=13; \end{cases}$

щ) $\begin{cases} 2n-5v=0, \\ -8n+15v=7; \end{cases}$ э) $\begin{cases} 4n+3v=14, \\ 5n-3v=25; \end{cases}$ ю) $\begin{cases} 5p-3q=0, \\ 3p+4q=29; \end{cases}$

я) $\begin{cases} 10p+7q=-2, \\ 2p-22=5q. \end{cases}$

63. Капаста бир нече фазан жана бир коён бар. Капаста бардыгы болуп 35 баш жана 94 бут бар экендиги белгилүү. Фазандын жана коёндун санын аныкта.

64. Койчулардын бири экинчисине мындай дейт: «Койлоруңдун бирин мага берсең, анда менин койлорумдун саны сеникине караганда эки эсе көп болмок». Анда экинчи койчу айтат: «Жок, андан көрө, сен мага койлоруңдун бирин берсең, анда экөөбүздүн койлорубуздун саны бирдей болуп калат». Ар бир койчунун канчадан кою болгон?

65. Бир нече чымчык жана бир нече чырпык бар. Ар бир чырпыкка бирден чымчык консо, анда бир чымчык ашып калат. Эгерде ар бир чырпыкка экиден чымчык консо, анда бир чырпык ашып калат. Канча чымчык жана канча чырпык болгон?

66. Атасы баласына мындай дейт: «10 жыл мурда мен сенден 10 эсе улуу элем, ал эми 22 жылдан кийин мен сенден 2 эсе улуу болуп калам». Азыр атасы канчада? А баласы канчада?

67. Темир усталардын эки тобу бир иш күнүндө 245 тетик жасашат. Биринчи топто 6 уста, ал эми экинчисинде – 5 уста. Эмгекти уюштуруунун натыйжалуу ыкмасы киргизилгендиктен биринчи топтун эмгек өндүрүмдүүлүгү 15%га, ал эми экинчи топтуку – 20%га өстү. Натыйжада алар ар бир иш күнүндө 288 тетик жасай башташты. Топтордогу ар бир устанын жаңы ыкма киргизилгенге чейинки жана киргизилгенден кийинки эмгек өндүрүмдүүлүгүн эсепте.

68. Кездемелердин биринчи түрүнүн чекене баасы 10%га, ал эми экинчисиники – 15%га төмөндөтүлдү. Сатып алуучу биринчи түрдөгү кездеменин 6 метрине жана экинчи түрдөгү кездеменин 10 метрине биригип 261 сом төлөдү. Эгерде биринчи түрдөгү кездеменин баасы экинчинин баасынан 2 сомго кымбат турса, анда сатып алуучу ушул эле өлчөмдөгү кездемелер үчүн баа төмөндөтүлбөгөндө канча сом төлөмөк?

69. Курулушта курамы 8 жана 10 кишиден турган эки жумушчулар тобу бир айда 3576 сом табышты. Эмгекти уюштурууну жакшыртуунун натыйжасында алар өндүрүмдүүлүктөрүн тиешелүү түрдө 24% жана 20% га жогорулатышты. Эмгек акынын жогорулаш пайызы өндүрүмдүүлүктүн жогорулаш пайызынын жарымын түзсө, анда алар бир айда биргелешип, алгачкыга караганда 388 сом 32 тыйынга көп иштеп табышат. Эки топтогу жумушчулардын ар биринин эмгекти уюштурууну жакшыртканга чейинки жана андан кийинки айлык акыларын аныкта.

Жообу: чейин 192 сом; 204 сом; кийин 215,04 сом; 224,4 сом.

70. Эки темир уста бир күндө 80 тетик жасашат. Өздөрү ойлоп тапкан жаңы конструкциядагы кескичтерди пайдаланышып, биринчи уста күнүмдүк өндүрүмдүүлүгүн 10% га ал эми экинчиси – 20% га жогорулатуунун натыйжасында 91 тетик жасашкан. Темир усталардын жаңы кескичти пайдаланганга чейинки жана андан кийинки бир күндүк эмгек өндүрүмдүүлүктөрүн тап.

Жообу: чейин 50 жана 30; кийин 55 жана 36 тетик.

71. Курамы 11 жана 13 кишиден турган эки топ өндүрүш технологиясын жана эмгекти уюштурууну өркүндөтүүнүн натыйжасында тиешелүү түрдө өндүрүмдүүлүктөрүн 20 жана 12%га жогорулаткандыктан бир жумуш күнүндө 545 тетиктин ордуна 628 тетик жасап чыгарышкан. Эки топтун ар бир жумушчусунун бир жумуш күнүндөгү эмгек өндүрүмдүүлүгүн жогорулатканга чейинки жана жогорулаткандан кийинки эмгек өндүрүмдүүлүктөрүн тап.

Жообу: 1-топ 20 жана 24 тетик; 2-топ 25 жана 28 тетик.

72. Дыйкан чарбанын отоо чөп баскан буудай жана сулу участокторунан бардыгы болуп 2230 кг түшүм алынды. Отоо чөптөргө каршы уулуу заттарды колдонгондон кийин ушундай эле участоктордон 3716 кг түшүм алышкан, анткени буудайдын түшүмдүүлүгү 70%га, ал эми сулунуку – 60%га жогорулаган. Эгерде участоктордун аянттары 1 гектардан болсо, анда буудайдын жана сулунун талааны тазалаганга чейинки жана тазалагандан кийинки түшүмдүүлүктөрүн тап.

Жообу: Тазалаганга чейин: буудай – 14,8 ц, сулу – 7,5 ц; кийин: 25,6 ц жана 12 ц.

73. Биринчи сорттогу буудайда 5% жараксыз кошулмалар бар, ал эми экинчи сортунда – 9%. Тазалагандан кийин 21130 т таза буудай алынды. Ар бир суднодо канча тоннадан буудай болгон?

Жообу: 5000 т; 18000 т.

74. Эки белгисиздүү теңдемелер системасын чыгар:

а) 7x+4y=23 жана 8x-10y=19; б) 11x-6y=2 жана -8x+5y=3;

в) 5x-4y=16 жана x-2y=6; г) 20x-15y=100 жана 3x-y=6.

75. Теңдемелер системасын чыгар:

а) $\begin{cases} 3u+v=8, \\ 7u-2v=23; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2n+v=5, \\ n^2+v^2=10; \end{cases}$

76. (-3;4), (-2;-6), (-4;3) – түгөйлөрүнүн кайсынысы төмөнкү системалардын чечимдери боло алат:

а) $\begin{cases} x^2+y^2=25, \\ xy=-12; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x-y=0, \\ 5x-y=-4; \end{cases}$

77. а) x=2, y=5; б) x=0, y=3

$\begin{cases} x^2+y^2=25, \\ 3x-4y=0; \end{cases}$ - системасын канааттандырабы?

78. Төмөндөгү теңдемелерде 1) y ти x аркылуу; 2) x ти y аркылуу туюнт.

а) 4x-3y=12; б) 2x-y=6; в) 1,5x+2y=3; г) x-y-1=0;

д) 2(x-y)+3y=4; е) x+y=5; ж) 3x=y+4; з) y-4x=0;

и) (x+y)-(x-y)=4.

79. $x=1\frac{5}{7}, y=4\frac{2}{7}$ түгөйү x+y=6 теңдемесинин чыгарылышы боло алабы?

80. (-2;-10), (0;10), (2;10), (2;4) жана (3; 2,5) түгөйлөрү xy+y=12 теңдемесинин чыгарылыштары боло алышабы?

ТАРЫХЫЙ МАТЕРИАЛДАР

Ким өткөндү билбей, азыркы менен гана чектелсе, анда ал аны эч качан түшүнбөйт
Лейбниц

1. Арифметикадан алгебрага карай.

Арифметиканын закондору эле эмес, ошондой эле, физиканын жана башка илимдердин закондору да тамгалардан, сандардан, амал, барабардык жана барабарсыздык белгилеринен турган формулалар аркылуу туюнтулат. Математикалык символдордун жардамында адамдар жаратылыштын жана коомдун закондорун туюнтушуп, убактыларын жана эмгектерин үнөмдөшөт.

Алгебра арифметиканын кыртышында пайда болгон. Андыктан, узак убакытка чейин бөлүнбөй келген. Арифметиканын рамкасында байыркы вавилондуктар, египеттиктер, кытайлар, гректер алгебралык символдорду жана маселелерди чыгаруу ыкмаларын колдонуп келишкен. Алгебра Байыркы Индияда, ал эми IX-XV кылымдарда ислам өлкөлөрүндө, анын ичинде Орто Азияда өзгөчө өнүккөн. IX кылымдын биринчи жарымында Мухаммед ибн-Муса ал-Хорезминин араб тилиндеги «Ал-жабра жана ва-л-мукабалы эсептөө жөнүндө кыскача китеп» аттуу эмгеги жарык көргөн. Бул аталыштагы «ал-джабра» деген сөз алгебралык ыкмаларынын бирин түшүндүрөт. Биздин «алгебра» деген сөзүбүз ошондон келип чыккан. Ал-Хорезми алгебраны арифметикадан бөлүп, аны математиканын өз алдынча бутагы катары караган биринчи окумуштуу болгон.

Ал-Хорезминин алгебрасынын латын тилиндеги котормосун европалыктар XII-XVI кылымдарда үйрөнүшкөн. Алгебранын андан аркы өнүгүшү европалык илимпоздор Н.Тарталья, Дж.Кардано, Р.Бомболли, Ф.Виет, Р.Декарт, И.Ньютон, Л.Эйлер, Н.И.Лобачевский ж.б. ысымдар менен байланышат.

2. «Алгебра» сөзүнүн пайда болушу жөнүндө.

Арифметиканын жана алгебранын тарыхында Мухаммед ал-Хорезминин эмгектери чоң мааниге ээ. Анын IX кылымдын башталышында жазган «Китаб ал-жабр ва-л-мукабала» аттуу алгебралык трактаты ошол мезгилде алгебра боюнча дүйнө жүзүндөгү биринчи жолу жарык көргөн өз алдынча эмгек болгон. Ал-Хорезми боюнча алгебра – адамдарга зарыл болгон мураска калтыруу, мурастоо, мүлктү бөлүү, соода жана баардык иштиктүү өз ара мамилелерде же жер ченөөдө, каналдарды өткөрүүдө, геометриялык эсептөөлөрдө жана башка ар кандай тектеги предметтерди эсептөөдө пайда болгон теңдемелерди чечүү искусствосу.

Ал-Хорезми теңдемелерди эки ыкма менен чыгарган:

а) ал-жабр (калыбына келтирүү), б.а. терс мүчөлөрдү теңдеменин бир жагынан экинчи жагына алып өтүү. Анткени, ал мезгилде терс сандар абсурд катары эсептелген. Терс сандарды теңдеменин бир жагынан экинчи жагына алып өтүү менен аларды оң сандарга айландыруу, калыбына келтирүү катары кабыл алынган.

б) ал-мукабала (карама-каршы коюу) – теңдеменин эки жагынан тең бирдей мүчөлөрдү таштап жиберүү. Бул биздин окшош мүчөлөрдү келтирүү деген операция менен дал келет.

Мисалы, төмөндөгүдөй теңдемени карайлы:

$8x-24=3x-9$.

Чыгаруу:

«ал-жабр» ыкмасын пайдалансак, анда:

$8x+9=3x+24$.

«Ал-мукабаланы» колдонуп, акыркы теңдеменин эки жагынан тең 3x жана 9ду кемитип, төмөндөгү теңдемени алабыз:

$5x=15$.

Мындан: $x=3$.

Алгебра деген сөз ал-Хорезминин «Китаб ал-жабр ва-л-мукабала» эмгегинин аталышынан келип чыккан.

3. Тамгалар жана белгилер. Алгебралык туюнтмалар.

Тамгалар жана башка ар кандай математикалык белгилер колдонууга дароо эле кирген эмес, узак убакыт өнүгүүнүн натыйжасында пайда болушкан. XV кылымга чейин бардык чоңдуктар жана амалдар, шарттар жана жооптор дээрлик сөз түрүндө туюнтулган. Ошондуктан ал кездеги алгебраны сөз алгебрасы деп аташкан. XV кылымдын экинчи жарымынан тартып, Европанын бир нече өлкөлөрүндө алгачкы алгебралык символдор киргизилип, тамгалар колдонула баштаган.

XVI кылымдын аягында француз математиги Франсуа Виет (1540-1603) тамга менен белгисиздерди гана эмес, ошондой эле ар кандай сандарды белгилөөнү да киргизген. Бул алгебранын оозеки этабынан символикалык алгебра этабына өтүүдө чечкиндүү кадам болгон.

Италияда, Германияда, Францияда, Нидерландыда жана Англияда түптөлгөн символикалык алгебра XVII кылымда негизинен аяктаган. Бирок, алгебрадагы жалпы кабыл алынган белгилердин системасы XVII кылымдын биринчи жарымында гана пайда болду.

Маселе чыгарууда ар кандай чоңдуктар жолугат. Алар ар кандай тамгалар менен белгиленет. Бирдей чоң жана кичине тамгалар, мисалы, А жана а тамгалары ар түрдүү чоңдуктарды туюнтушат. Тамгалар менен болуучу амалдар да сандар менен болгон амалдар сыяктуу эле белгилер аркылуу берилет.

Жыйынтыктап айтканда, арифметика сандар жана сандуу туюнтмалар менен кандай иш алып барыш керектигин үйрөтсө, алгебра – тамгалар жана тамгалуу туюнтмалар менен кандайча иш алып баруу керектигин үйрөтөт. Арифметикалык туюнтма – бул алгебралык туюнтманын жекече учуру. Алгебрада да арифметикадагыдай эле амалдардын тартибин аныктоочу кашаалар колдонулат жана биринчи кезекте кашаанын ичиндеги амалдын аткарылышына жол берилет. Эгерде кашаа жок болсо, анда көбөйтүү жана бөлүү амалдары кошуу менен кемитүүдөн мурда аткарылат.

Кашаалар жана соңку барабардык белгилери биринчи жолу XVI кылымдагы математиктердин эмгектеринде кездешет. < жана > барабарсыздык белгилери XVII кылымдын биринчи жарымында колдонууга киргизилген. Аларды биринчи болуп англиялык окумуштуу Гарриот сунуштаган.

4. Ал-Хорезми жана алгоритм

VII кылымдан баштап, Орто Азия элдеринин маданияты жана илими гүлдөй баштаган. Орто Азия ошол мезгилде VII–VIII кылымдарда арабдардын багынтуусунун натыйжасында пайда болгон ири империянын курамына кирген. Мусулман дини – ислам, араб тили жаңы пайда болгон феодалдык мамлекеттин – араб халифатынын бардык тармактарына жайылтылган. Жаңы мамлекетте кол өнөрчүлүк, соода жана илим гүлдөп өнүккөн. Багдад (азыр Ирактын борбору) ошол мезгилде халифаттын эң ири илимий борбору болгон. Орто Азиядагы - Самарканд, Хорезм, Бухара сыяктуу ж.б. дагы ири маданий калаалар болгон. Хорезмден көптөгөн көрүнүктүү ири окумуштуулар чыккан.

Арабдар көп өлкөлөр, алардын катарында Византия жана Индия менен соода ишин жүргүзүшкөн. Маданий жетишкендиктерди жайылтууда соода абдан чоң мааниге ээ экендиги белгилүү. Халифат мамлекеттеринин илими грек жана индия илимдери менен тыкыс байланышта болгонунун себеби мына ушунда.

Орто Азия жана Кавказ окумуштуулары (хорезмдиктер, кыргыздар, тажиктер, өзбектер, азербайжандар ж.б.), биринчи кезекте математиктер позициондук эсептөө системасын даңазалашып, Грециядан жана Индиядан алынган математикалык билимдерди жайылтышты, ошондой эле, аны өздөрүнүн илимий ачылыштары менен байытышты. Кээ бир тарыхый шарттарга байланыштуу Жакынкы жана Орто Чыгыш өлкөлөрүнүн окумуштуулары жасаган илимий ачылыштар европалыктар тарабынан кайрадан ачылгандан кийин гана белгилүү болгон.

Хорезмдик белгилүү математик жана астроном Мухаммед ибн Муса ал-Хорезми (780-850) ислам өлкөлөрүнүн башка окумуштуулары сыяктуу эле өз эмгектерин араб тилинде жазган. Ал-Хорезминин 5 эмгеги сакталып калган. Алардын бири – арифметика. «Ал-Хорезми мындай деген: …» сөздөн башталган бул эмгек бизге латын тилиндеги котормо түрүндө (XII-кылымдын орто ченинде) келген. «Алгоритми» сөзү – латындаштырылган ал-Хорезми. Ал-Хорезминин биринчи жолу араб тилиндеги ондук позициондук номерлөөнү камтыган бул арифметикалык эмгеги Европага жаңы системаны жайылтууда абдан зор роль ойногон. Мына ошондуктан ошол мезгилдеги Европа үчүн жаңы болгон, позициондук ондук системага негизделген арифметиканы «алгоризм», «алгоритм» же «алгорифм», ал эми улантуучу илимпоздорду – «алгорифмчилер» деп аташкан. «Алгоритм» же «алгорифм» терминдери азыркы учурда математикада кеңири пайдаланылат. Ал анык бир типтеги маселелерди чыгарууда ага камтылган белгилүү бир тартиптеги амалдарды ирети менен аткарууну талап кылган эрежени билдирет.

5. Коэффициент жөнүндө.

Сан маанилүү коэффициентти Диофонт белгисизден кийин жазган. $9x^2$ тын ордуна x^29 деп берген. Диофонт коэффициентти «көптүк» деп атаган.

Коэффициентти байыркы индиялык окумуштуулар да пайдаланышкан. XVI-XVII кылымдардагы европалык математиктер коэффициент деген түшүнүккө туруктуу терминди колдонушкан эмес. Мисалы, Декарт коэффициентти теңдеменин мүчөсүндөгү «белгилүү чоңдук» деп айтса, дагы бир француз математиги Лопиталь – «көбөйтүүчү чоңдук» десе, белгилүү Ньютон «алдыдагы сан», «белгилүү чоңдук», «мүчө» деп жазган.

«Коэффициент» латындын *coefficiens – көмөктөшүүчү* (көбөйтүүчү маанисинде) деген сөзүнөн алынган. Бул терминди биринчи болуп Виет киргизген. Бирок, аны биз түшүнгөн мааниде системалуу түрдө XVI кылымда англис математиктер Оутред жана Валлис, француз математиги Дешаль ж.б. колдонушкан.

6. Координаталар жөнүндө.

Координат идеясы байыркы дүйнөдө эле пайда болгон. Ал алгач астрономияда жана географияда колдонулган. Себеби, ал мезгилде асмандагы жылдыздардын жана Жердеги айрым пункттардын абалын аныктоо зарылчылыгы болгон.

4. Ал-Хорезми жана алгоритм

VII кылымдан баштап, Орто Азия элдеринин маданияты жана илими гүлдөй баштаган. Орто Азия ошол мезгилде VII–VIII кылымдарда арабдардын багынтуусунун натыйжасында пайда болгон ири империянын курамына кирген. Мусулман дини – ислам, араб тили жаңы пайда болгон феодалдык мамлекеттин – араб халифатынын бардык тармактарына жайылтылган. Жаңы мамлекетте кол өнөрчүлүк, соода жана илим гүлдөп өнүккөн. Багдад (азыр Ирактын борбору) ошол мезгилде халифаттын эң ири илимий борбору болгон. Орто Азиядагы - Самарканд, Хорезм, Бухара сыяктуу ж.б. дагы ири маданий калаалар болгон. Хорезмден көптөгөн көрүнүктүү ири окумуштуулар чыккан.

Арабдар көп өлкөлөр, алардын катарында Византия жана Индия менен соода ишин жүргүзүшкөн. Маданий жетишкендиктерди жайылтууда соода абдан чоң мааниге ээ экендиги белгилүү. Халифат мамлекеттеринин илими грек жана индия илимдери менен тыкыс байланышта болгонунун себеби мына ушунда.

Орто Азия жана Кавказ окумуштуулары (хорезмдиктер, кыргыздар, тажиктер, өзбектер, азербайжандар ж.б.), биринчи кезекте математиктер позициондук эсептөө системасын даңазалашып, Грециядан жана Индиядан алынган математикалык билимдерди жайылтышты, ошондой эле, аны өздөрүнүн илимий ачылыштары менен байытышты. Кээ бир тарыхый шарттарга байланыштуу Жакынкы жана Орто Чыгыш өлкөлөрүнүн окумуштуулары жасаган илимий ачылыштар европалыктар тарабынан кайрадан ачылгандан кийин гана белгилүү болгон.

Хорезмдик белгилүү математик жана астроном Мухаммед ибн Муса ал-Хорезми (780-850) ислам өлкөлөрүнүн башка окумуштуулары сыяктуу эле өз эмгектерин араб тилинде жазган. Ал-Хорезминин 5 эмгеги сакталып калган. Алардын бири – арифметика. «Ал-Хорезми мындай деген: ...» сөздөн башталган бул эмгек бизге латын тилиндеги котормо түрүндө (XII-кылымдын орто ченинде) келген. «Алгоритми» сөзү – латындаштырылган ал-Хорезми. Ал-Хорезминин биринчи жолу араб тилиндеги ондук позициондук номерлөөнү камтыган бул арифметикалык эмгеги Европага жаңы системаны жайылтууда абдан зор роль ойногон. Мына ошондуктан ошол мезгилдеги Европа үчүн жаңы болгон, позициондук ондук системага негизделген арифметиканы «алгоризм», «алгоритм» же «алгорифм», ал эми улантуучу илимпоздорду – «алгорифмчилер» деп аташкан. «Алгоритм» же «алгорифм» терминдери азыркы учурда математикада кеңири пайдаланылат. Ал анык бир типтеги маселелерди чыгарууда ага камтылган белгилүү бир тартиптеги амалдарды ирети менен аткарууну талап кылган эрежени билдирет.

5. Коэффициент жөнүндө.

Сан маанилүү коэффициентти Диофонт белгисизден кийин жазган. $9x^2$ тын ордуна $x^2 9$ деп берген. Диофонт коэффициентти «көптүк» деп атаган.

Коэффициентти байыркы индиялык окумуштуулар да пайдаланышкан. XVI-XVII кылымдардагы европалык математиктер коэффициент деген түшүнүккө туруктуу терминди колдонушкан эмес. Мисалы, Декарт коэффициентти теңдеменин мүчөсүндөгү «белгилүү чоңдук» деп айтса, дагы бир француз математиги Лопиталь – «көбөйтүүчү чоңдук» десе, белгилүү Ньютон «алдыдагы сан», «белгилүү чоңдук», «мүчө» деп жазган.

«Коэффициент» латындын *coefficiens – көмөктөшүүчү* (көбөйтүүчү маанисинде) деген сөзүнөн алынган. Бул терминди биринчи болуп Виет киргизген. Бирок, аны биз түшүнгөн мааниде системалуу түрдө XVI кылымда англис математиктер Оутред жана Валлис, француз математиги Дешаль ж.б. колдонушкан.

6. Координаталар жөнүндө.

Координат идеясы байыркы дүйнөдө эле пайда болгон. Ал алгач астрономияда жана географияда колдонулган. Себеби, ал мезгилде асмандагы жылдыздардын жана Жердеги айрым пункттардын абалын аныктоо зарылчылыгы болгон.

Координат методунун жалпы математикалык маанисин XVII кылымда биринчи жолу француз математиктери П.Ферма жана Р.Декарт ачышкан. Координат методу биринчи жолу 1637-жылы Р.Декарттын «Геометрия» деген эмгегинде жарык көргөн. Мына ушундан «Декарттык координат системасы», «Декарттын координаталары» деген аталыштар пайда болгон.

Ал эми «абсцисса», латынча abscissus – x огундагы белгиленген кесиндилер, «ордината», латынча ordinatus – y огундагы тартиптештирилген кесиндилер, терминдери байыркы грек математиги Аполонийдин эмгегинен келип чыгат. Бирок, алар колдонууга XVII кылымдын 70-80-жылдары Г.В.Лейбниц тарабынан киргизилген. Ал абсцисса менен ординатаны бириктирип координата деп атаган.

7. Функциялар

Математикада функция идеясы өзгөрүлмө чоңдук түшүнүгү менен кошо пайда болгон. Адегенде функция да, өзгөрүлмө чоңдук түшүнүгү да геометриялык жана механикалык элестетүүлөр менен тыкыс байланышта өнүккөн.

Декарттын жана Ферманын өзгөрүлмө чоңдук жөнүндө элестөөлөрү кандайдыр бир сызыктагы чекиттердин ординаталарынын абсциссаларда көз карандылыгын кароодон пайда болгон. Ал эми Ньютондун өзгөрүлмө чоңдук тууралуу элестөөсү механикалык маселелерди чечүүдө пайда болгон.

«Функция» терминин (functio – латын тилинен которгондо аткаруу, ишке ашыруу) 1694-жылы Лейбниц биринчи жолу киргизген. Ал функция деп кандайдыр бир сызыкты мүнөздөөчү чекиттердин абсциссаларын жана ординаталарын түшүнгөн. XVIII кылымдын биринчи жарымында эле швейцариялык математик Иоганн Бернулли, анын окуучусу Леонард Эйлер функцияга чоңдук, өзгөрүлмө түшүнүктөрүнүн жардамында аныктамаларды беришкен. Булардын ою боюнча функция формула менен туюнтулушу керек. Ал изилдөөгө чоң өбөлгө түзөт.

8. Декарттык өзгөрүлмө чоңдук – математиканын өнүгүшүндөгү бурулуш пункт.

XVII кылымдын биринчи жарымында математикага тамга менен белгилөөнү киргизүү жана жайылтуу менен катар өзгөрүү жана кыймыл идеясы, өзгөрүлмө чоңдук идеясы да кошо пайда болот. Чындыгында, бул же тигил чоңдуктун ар түрдүү маанилерин тамга аркылуу туюнтууга болот. Белгисиз өзгөрүлмөлөрдүн ордуна каалагандай маанилерди берүү менен аларга көз каранды чоңдуктун тиешелүү маанилерин алууга болот. Ошентип, *алгебра* - өзгөрүлмөлөрдүн үстүнөн жүргүзүлүүчү операциялар жөнүндөгү окуу.

Өзгөрүлмө чоңдук түшүнүгүн математикага биринчи болуп, 1637-жылы Ренэ Декарт өзүнүн «Геометрия» деген белгилүү эмгеги аркылуу киргизген. Бул алгебра аркылуу туюнтулган жаңы геометрия болгон. Азыркы учурда ал «Аналитикалык геометрия» деп аталат. Координата методун түшүндүрүп жатып, Р.Декарт кандайдыр бир сызыкты сүрөттөөчү чекиттердин ординаталарынын алардын абсциссаларына байланыштуу өзгөрүшүн караган.

Жаратылыштагы баардык нерселер үзгүлтүксүз өзгөрүү жана өнүгүү абалында болот. Адамзат өзүнүн күндөлүк турмушунда убакыттын өтүшүнө жана башка шарттарга көз каранды болгон чоңдуктар менен иш алып барат. Өзгөрүлмө чоңдук идеясы мына ушул жактан келип чыккан.

Математикага жана физикага өзгөрүлмө чоңдук түшүнүгүн киргизүү бул илимдердин өзүндө, бүтүндөй башка илим тармактарында жана техникада чоң жылыштарга алып келди. Декарттын ишин улантып, Ньютон жана Лейбниц XVII кылымда өзгөрүлмө чоңдук жана функция түшүнүктөрү борбордук орунду ээлеген математикалык анализди биротоло аягына чыгарышты.

XIX кылымда илимдин өнүгүшү функция түшүнүгүнө кеңири маани берүүнү талап кылды. Функция түшүнүгүнүн негизине эки көптүктүн ортосундагы тиешелештик коюлду.

1817-жылы чехиялык математик Б.Больцано өзүнүн «Таза аналитикалык далилдөө» аттуу эмгегинде функцияны каалагандай закон менен берилген көз карандылык катары карап, өзгөрүлмөлөрдүн биринин ар бир маанисине экинчисинин анык бир мааниси туура келишин белгилеген.

Функция түшүнүгүнүн мындан ары өнүгүшүнө Н.И.Лобачевскийдин 1834-жылы, Лежен-Дирихленин 1837-жылы жарык көргөн эмгектери чоң түртку болгон.

9. Эки белгисиздүү биринчи даражадагы теңдемелер жана алардын системасы.

9.1. Анык эмес эки белгисиздүү теңдемелер.

Эки белгисиздүү теңдеме эки чоңдуктун арасындагы өз ара көз карандылыкты туюнтат. Алар анык эмес, анткени, чексиз көп чечимдерге ээ.

Байыркы кытайлар, индиялыктар жана гректер анык эмес теңдемелерди чыгаруу менен алектенишкен.

Анык эмес теңдемелерди бүтүн сандардын жардамында чыгарууну Индиялык окумуштуулар изилдешкен. Алар сызыктуу эки белгисиздүү теңдемелерди чыгаруунун жалпы жолун негиздешкен. Кээ бир экинчи даражадагы теңдемелерди чыгаруунун жолдорун табышкан. Анык эмес теңдемелерди чыгаруу теориясына Ферма, Эйлер, Лагранж, Гаусс, Чебышев, Золотарев ж.б. көптөгөн белгилүү математиктер салым кошушкан.

9.2. Эки белгисиздүү биринчи даражадагы теңдемелер системасы жана алардын байыркы мезгилдердеги чыгарылыштары.

Бир нече белгисиздүү теңдемелер системасын түзүү жана аларды чыгаруу жолдоруна келтирилүүчү маселелер биздин эрага чейинки 2 миң жылдыктагы вавилондук жана египеттик кол жазмаларда, ошондой эле, байыркы грек, кытай жана индия окумуштууларынын эмгектеринде кездешет.

«Математика тогуз китепте» аттуу кытай трактатынын 7-8-китептеринде теңдемелер системасы каралып, алардын чыгарылышынын кыскача эрежелери берилет. Бирок, формула пайдаланылган эмес, баардыгы сөз жүзүндө болгон. Теңдемелер системасынын коэффициенттери эсеп тактасында таблица түрүндө жайгаштырылган.

10. Натуралдык көрсөткүчтүү даража.

Байыркы вавилондуктарда, египеттиктерде жана кытайларда кээ бир математикалык түшүнүктөр үчүн айрым белгилер – иероглифтер болгон. Бирок, III кылымда жашаган Диофанттын «Арифметикасында» гана алгебралык тамга символдорунун алгачкы уюткулары кездешет. Диофант каалагандай эле санды эмес, белгисиз гана санды тамга менен белгилеген. «Аритмос» деп аталган белгисиз сан биздин x тин ролун аткарган S менен белгиленген. Белгисиздин даражалары өзгөчө белгиленген. Белгисиздин 2-даражасы «динамис» («күч»), 3- даража – «кубос», 4 – «динамо-динамис», 5-чи – «динамо - кубос», алтынчы – «кубо-кубос» деп аталган жана белгиленген.

Кыскача жазууларды жана символдорду колдонуу жаатында индиялыктар Диофанттан бир топ алдыга чыгышкан.

Диофантка окшоп европанын XVI-XVII кылымдардагы окумуштуу-математиктери белгисиздин 2- даражасын «квадрат» (Quadratus), 3- даражасын - «куб» (Cubus) деп аташкан. Ал эми Виет мындай кыскартууларды пайдаланган: 1-даража үчүн N (Numerus, сан), 2- даража үчүн – Q, 3- даража үчүн – C, 4- даража үчүн – QQ ж.б.у.с. Мисалы, 1C-7Q=16N aequatur 60 жазуусу азыркы боюнча: $x^3-7x^2+16x=60$.

М.Штифель A^3 тун ордуна AAA деп белгилеген; XVII кылымдын башталышында жашаган англис математик Т.Гарриот a^4 түн ордуна aaaa деп жазган. Англиялык Оутред 1631-жылы A^2 тын ордуна Aq, A^3 дун ордуна Ac, A^4 дүн ордуна Aqq, A^5 тин ордуна Aqc ж.б.у.с. деп жазган.

Учурда биз колдонуп жаткан y^3, y^4 ж.б. белгилөөлөрдү Р.Декарт киргизип, өз эмгектеринде системалуу түрдө колдонгон. Бул белгилеништер азыркы учурда да сакталып келатат.

Араб тилинде жазган орто кылымдагы окумуштуулар теңдемени чыгарып жатып белгисиздин квадраты түшүнүгүнөн башташкан. Аны «мал» (мүлк) деп аташкан. Ал эми белгисиз өзү «жидр» деп аталган. Кээде «шай» (нерсе) деп да аталган. XII кылымда латынга которулгандан баштап, белгисизди res (нерсе) же redix (тамыр), белгисиздин квадратын – census (мүлк), ал эми кийинчерээк potentia (күч, мүмкүн диофанттын динамис деген сөзүнүн түз которулушу) деп аталды. «Даража» - potentia сөзүнүн котормосу.

Терс көрсөткүчтүү даража XV-кылымда жашаган окумуштуу-математик Н.Шюкенин «Үч бөлүктөгү сандар жөнүндө илим» аттуу эмгегинде кездешет. Муну системалуу түрдө И.Ньютон колдонуп келген. Өзүнүн кайсы бир катында 1676-жылы мындай деп жазган: «Алгебраисттер аа, ааа ж.б. ордуна a^2, a^3 ж.б. деп жазган сыяктуу эле мен да $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{a^2}$, $\frac{1}{a^3}$ ж.б. ордунда а-2, а-3 ж.б. сыяктуу деп жаздым». Терс көрсөткүчтүү даражалар илимде, техникада көп орунду ээлей турган жазууларды кыскартуу максатында колдонулат. Мисалы, суюктуктун бетине жайылган майдын тамчысынын калыңдыгы болжол менен 0,0000002 мм, б.а. $\frac{2}{10^7}$ мм же $2 \cdot 10^{-7}$ мм деп жазса болот. Шар катары эсептелген молекуланын диаметри болжол менен 0, 00000001 мм, б.а. $\frac{1}{10^8}$ мм болот. Бул 10^{-8} мм деп жазылат.

11. Көп мүчөлөр

Орто Азиянын Ал-Хорезми (VIII-IX-кк.), Абу Қамил (IX-X-кк.), ал-Каражи (X-XI-кк.), ал-Беруни (X-XI-кк.), Омор Хайям (XI-XII-кк.), ал-Коши (XIV-XV-кк.) ж.б. окумуштуулары алгебранын өнүгүшүнө, жекече алганда теңдемелердин теориясына чоң салым кошушкан. Бирок, булардын эмгектеринде белгилөөлөр жокко эсе болгон. Маселелердин мазмуну, чоңдуктар, ошондой эле баардык амалдар, чечимдер жана жооптор сөз түрүндө жазылган. Сөз жүзүндөгү алгебра көп убакытка чейин Европада да сакталган.

XVI-кылымдын аягында Виет өзүнө чейинки пайдаланылып келген символдорго таянып, жаңы белгилөөлөрдү киргизген. Коэффициенттерди да тамга менен белгилеген. Бирок, Виеттин жазууларында анча-мынча «барабар» деген сыяктуу сөздөр колдонулуп келген.

Алгебралык символдоштуруу Рене Декарттын, Исаак Ньютондун, Леонард Эйлердин эмгектеринде өркүндөтүлгөн жана өнүктүрүлгөн.

Көп мүчөлөрдү жазууда колдонулуучу тегерек кашаалар биринчи жолу XV-кылымда Штифель, Тарталья деген окумуштуулардын эмгектеринде колдонулган. Ошол эле кылымдын аягында Виеттин эмгектеринде чарчы кашаалар колдонула баштаган.

XVIII-кылымдын биринчи жарымынан баштап, Лейбниц менен Эйлердин демилгеси боюнча кашаалар кеңири колдонула баштады. «Кашаа» деген сөзүнөн Эйлер тарабынан киргизилген Klammer – кашаа деген терминден келип чыккан.

КЫЗЫКТУУ МАСЕЛЕЛЕР

1. Орус элинин улуу математиги Н.И.Лобачевский XVIII кылымда төрөлгөн. Ал 64 жыл жашап, анын 56 жылын XIX кылымда өткөргөн. Лобачевскийдин туулган жана каза болгон жылын эсепте.

2. Байыркынын улуу математиги Архимед 75 жашында биздин эрага чейинки 212-жылы Сиракузду багынтуу учурунда каза тапкан. Архимеддин туулган жылын аныкта.

3. «7 кишинин ар биринде 7ден мышык, ар бир мышык 7ден чычкан жейт, ар бир чычкан 7 баш буудай жейт, ар бир баш буудайдан 7 ченемден эгин өнүшү мүмкүн. Бул сан катарындагы сандар канчалык жана алардын суммасы эмнеге барабар?»

4. Жуманын күндөрүн мындайча номерлейли: дүйшөмбү – биринчи күн, шейшемби – экинчи күн, шаршемби – үчүнчү ж.б.

Жуманын каалаган бир күнүн ойло, анын номерин 2ге көбөйт, көбөйтүндүгө 5ти кош, сумманы 5ке көбөйт, келип чыккан сандын оң жагына нөлдү толуктап жаз, жыйынтыкты айт.

Алып баруучу жыйынтыктан 250нү кемитет. Бул айырмада дайыма тоголок жүздүктөр камтылат. Жүздүктөрдүн саны ойлогон күндүн номерин берет.

Бул оюнду бириңер алып баруучу, экинчиңер – ойлоочу болуп кезек менен аткарсаңар болот.

Бул фокустун жашыруун сыры эмнеде? Ойлонгула. Жашыруун сырын тапкыла жана аны математикалык жактан негиздегиле.

Төмөнкү негиздөөнүн тууралыгын түшүндүр:

Айталы, ойлогон күн **a** болсун. Анда $1 \le a \le 7$; $(a \cdot 2+5) \cdot 5 \cdot 10=100 \cdot a+250$; $100 \cdot a+250$

$250=100 \cdot a$.

5. Парталаш баланын же кыздын туулган күнүн жана айын аныкта. Ал үчүн туулган күндүн числосун адегенде 2ге, андан кийин 10го көбөйтүп, келип чыккан көбөйтүндүгө 73тү кош, пайда болгон сумманы 5ке көбөйт, жыйынтык санга туулган айдын катар номерин кошуп жыйынтыкты чыгар.

Жыйынтыктан 365ти кемит. Айырманын биринчи эки цифрасы туулган күндүн числосун, акыркы экөө – туулган айдын катар номерин берет.

Бул маселенин сырын аныкта.

Айталы **b** – айдын номери, **a** – туулган күндүн числосу болсун.

$(a \cdot 2 \cdot 10+73) \cdot 5+b=100a+365+b$; $(100a+365+b)-365=100a+b$

6. Экиге көбөйткөндөн кийин квадратка, ал эми үчкө көбөйткөндөн кийин кубка айланган эң кичине натуралдык санды тап.

Айталы, x – эң кичине натуралдык сан болсун. Шарт боюнча $2x=b^2$, $3x=c^3$ болот. Мында b жана c натуралдык сандар. $2x=b^2$ барабардыгынан x 2ге эселүү экендиги келип чыгат. Ал эми $3x=c^3$ болгондуктан, x тин $2^3=8$ге жана $3^2=9$ га эселүү, б.а. $x=2^3 \cdot 3^2 d^6=72d^2$, мында d-каалагандай натуралдык сан. Эң кичине x-ти d=1 болгондо алабыз. Демек, маселенин шартын канааттандырган эң кичине натуралдык сан 72ге барабар.

7. Ким биринчи 10го жетет? Мында 0,1ден 0,9га чейинки гана сандар пайдаланылат. Таймашта катышуучулардын бирөө көрсөтүлгөн сандардын бирин айтат. Ал эми экинчиси – көрсөтүлгөн сандардын каалаган бирин атаандашынын сунуш кылган санына кошуп, жыйынтыгын айтат. Ошентип кезектешип кошуу аткарыла берет. Аягында ким биринчи 10ду айтууга үлгүрсө ошол жеңүүчү болуп эсептелет.

8. Эки чакада бирдей суу болгон. Биринчи чакадагы суу, адегенде 10%га азайтылып, андан кийин 10%га көбөйтүлгөн, ал эми экинчи чакадагы суу адегенде 10%га көбөйтүлүп, андан кийин 10%га азайтылган. Кайсы чакада суу көп калды?

9. Цифралар тамгалар менен белгиленген. Бирдей тамгалар бирдей цифраларды туюнтушат. Төмөндөгү жазууда кайсы тамга кандай цифраны туюнтарын аныкта:

a) BCDE b) CDEBC

$$\begin{array}{r} + \\ \underline{BCDE} \\ ACDBE \end{array} \qquad \begin{array}{r} \underline{ABCD} \\ ACAC \end{array}$$

10. Жазылышы үч бирдей цифрадан турган сандардын 3кө жана 37ге бөлүнөөрүн далилде. Мында цифраны тамга менен белгилеп алып, разряддар боюнча ажыраткан жакшы.

11. Эгерде сандын цифраларынын суммасы 9га бөлүнсө, анда ал сандын өзү да 9га бөлүнөрүн далилде.

12. Эгерде сан өзү 9га бөлүнсө, анда анын цифраларынын суммасы да 9га бөлүнөрүн далилде.

13. Үч орундуу сан катары менен эки жолу жазылып алынды. Пайда болгон сан 7ге, 11 ге жана 13кө бөлүнөрүн далилде.

14. 4кө бөлгөндө: а) 1 калдыкты; б) 2 калдыкты; с)3 калдыкты берүүчү сандардын жалпы көрүнүшүн жаз.

15. Каалагандай удаалаш келген эки так сандын суммасы 4кө калдыксыз бөлүнөрүн далилде.

16. Үч орундуу сандын цифралары тескерисинче жазылып, алардын чоңунан кичинеси кемитилди. Келип чыккан айырманын 9га калдыксыз бөлүнөрүн далилде

17. Ал-Кошиден: «Жумушчунун бир айлык маянасы, т.а. 30 күндөгү эмгек акысы – он динар жана бир көйнөк. Ал 3 күн иштеди да, көйнөккө ээ болду. Көйнөк канча динар турат?».

18. Байыркы грек математиги Диофанттын эстелигинде мындай жазуу бар: «Жолоочу! Бул таштын астында улгайган чагында дүйнөдөн кайткан Диофанттын сөөгү коюлган. Анын жашынын $\frac{1}{6}$ ин бала чагы түзөт, $\frac{1}{12}$ ин өспүрүм кези, $\frac{1}{7}$ ин – жаш кезеги ээлейт. Андан кийин ал жарым жашы өткөндө үйлөнүп, 5 жылдан кийин уулдуу болуп, уулу 4 жашка толгондо Диофант дүйнөдөн кайтты. Диофант канча жыл жашаган?».

Жообу: 84 жыл.

19. Мектебинде канча окуучу бар экендигин сурашканда биздин эрага чейин VI кылымда жашаган Пифагор мындайча жооп берет: «Окуучуларымдын жарымы математика үйрөнүшөт, төрттөн бири – музыка, жетиден бири үн катпай келишет да кетишет, булардан сырткары үч аял бар». Пифагордун мектебинде канча окуучу окуйт?

184. Бхаскаранын «Лилаватисинен» бул маселени чыгар: «Эгерде кандайдыр бир санды 5 ке көбөйтүп, көбөйтүндүдөн анын үчтөн бирин кемитсек, калдыкты 10го бөлсөк жана буга удаалаш алгачкы сандын $\frac{1}{3}$ ин, $\frac{1}{2}$ ин, $\frac{1}{4}$ ин кошсок, анда 68 келип чыгат. Ал сандын чоңдугу канчалык?»

20. «Жапайы өрдөк түштүк деңизден түндүк деңизге чейин аралыкты 7 күндө учуп өтөт. Ал эми жапайы каз түндүк деңизден түштүк деңизге чейинки аралыкты 9 күндө учуп өтөт. Жапайы өрдөк жана каз бир эле мезгилде уча турган болсо, анда алар канча күндө жолугушат?» («Математика тогуз китепте» трактатынан).

21. Ширактык Ананиянын төмөнкү маселесин чыгар: «Афина шаарында 3 түтүк куюучу суу сактагыч болгон. Алардын биринчиси суу сактагычты 1 саатта, экинчиси – 2 саатта, ал эми үчүнчүсү – 3 саатта толтурат. 3 түтүк биргелешкенде суу сактагычты сааттын кайсы бөлүгүндө толтурушаарын аныкта».

22. Ахместин папирсунан: «70 букасын алдына салып малчы келди. Андан сурап калышты: - Өзүңдүн түмөн малдарыңдын канчасын айдап келдиң?

Малчы мындайча жооп берди:

- Болгон малдын үчтөн биринин үчтөн экисин айдап келдим. Эсепте!»

(Бардыгы болуп канча букасы болгонун эсепте).

23. Магницкийдин арифметикасынан: «Бирөө аялына, кызына жана 3 уулуна 48000 рубль мурас калтырды. Аялына жалпы сумманын $\frac{1}{8}$ и, ал эми уулдарынын ар бирине кызыныкына караганда 2 эсе көп болгондой мурасталган. Мураскерлердин ар бирине канча акча тийген?»

24. Баше де Мезириактын китебинен: «Жуп сан ойлоону жана аны үчкө көбөйтүүнү, келип чыккан көбөйтүндүнүн жарымын кайрадан үчкө көбөйтүүнү сунуш кыл. Пайда болгон санда канча 9 бар экендигин сура. Белгисиз санды табуу үчүн ар бир тогузду эки менен алмаштыруу керек».

25. XVI кылымда жашаган ирандык окумуштуу Бехаэддиндин маселеси: «10 санын айырмасы 5ке барабар болгондой кылып эки бөлүккө бөлгүлө».

АЛГЕБРАЛЫК ТЕРМИНДЕРДИН СӨЗДҮГҮ

Алгоритм, алгорифм - алгачкы берилген шарттардан чектүү сандагы эсептөөдөн кийин изделүүчү натыйжага өтүү процессин аныктоочу так буйрук (көрсөтмө). (Математика. Кыскача энциклопедия. – Бишкек, 1991).

Арифметика - сандар жана алар менен болгон амалдар жөнүндөгү илим.

Алгебра - математиканын бир бөлүгү. Алгебра байыркы мезгилде бир типтеги арифметикалык маселелерди чыгаруунун жалпы методдорун изилдөөдө, коомдук практиканын муктаждыгынан улам пайда болгон. (Математика. Кыскача энциклопедия. – Бишкек, 1991).

Геометрия - гео-жер, метрия – ченөө. Демек, геометрия – жер ченөө жөнүндөгү илим. Математиканын мейкиндик катыштары менен формаларын изилдөөчү бөлүгү. (Математика. Кыскача энциклопедия. – Бишкек, 1991).

Аныктама - мурда белгилүү түшүнүктүн негизинде жаңы түшүнүктүн мазмунун (маңызын) ачып көрсөтүүчү математикалык сүйлөм. (Математика. Кыскача энциклопедия. – Бишкек, 1991).

Аксиома - кээ бир математикалык теорияларды түзүүдө далилдөөсүз кабыл алынуучу математикалык чындык. (Математика. Кыскача энциклопедия. – Бишкек, 1991).

Теорема - чындыгы далилдөө жолу менен аныкталуу математикалык түшүнүк. (Математика. Кыскача энциклопедия. Бишкек, 1991).

Түшүнүк - бул же тигил обьектинин касиеттерин камтыган сөз же сөз айкашы.

Далилдөө - математикалык сүйлөмдүн чын же жалган экендигине жетүү ыкмасы.

Дискреттүүлүк -үзгүлтүктүүлүк. Үзгүлтүксүздүккө карама-каршы. (Математика. Кыскача энциклопедия. – Бишкек, 1991).

Маселе - белгилүү бир сандарды жана чоңдуктарды өз ичине ... бир же бир нече белгисизи бар сүйлөм.

21. Ширактык Анан...

шаарында 3 түтүк куюучу суу ... амалдарды аткарууга, түшүнүктөрдү ...тында берилүүчү тапшырма.